Ü6_H1 "Bestimmung linearer Abbildungen durch Verkettung von Projektionen"

Zeige, dass $\psi : \mathbb{R}^2 \to L\mathbb{R}^4,\ x \mapsto \mathbb{R}(x,0,1)$ injektiv ist, und bestimme $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ mit $\psi \circ f = \pi' \circ \pi \circ \psi$ für $\pi : L\mathbb{R}^4 \to L\mathbb{R}^4,\ X \mapsto (X+Z) \cap U$ und $\pi' : L\mathbb{R}^4 \to L\mathbb{R}^4,\ X' \mapsto (X'+Z') \cap U'$ mit $Z = \mathbb{R}(1,1,1,0)$ und $U = \{0\} \times \mathbb{R}^3$ sowie $Z' = \mathbb{R}(1,2,1,0)$ und $U' = \mathbb{R}^2 \times \{0\} \times \mathbb{R}$.

Zusatzfrage: Warum nennt man f eine Scherung?

Ü6_H2 " Ränge spezieller Verbände "

Sei $n \in \mathbb{N}_+$ und $P := [n]$.

(a) Ist $\mathcal{M} = (\mathbb{M}, \mathbb{S}, \sigma)$ Vektorraum mit Basis $\gamma \in M^P$, so konstruiere mit Hilfe von γ eine maximale Kette in $\mathbb{L}\mathcal{M}$ und folgere $r(\mathbb{L}\mathcal{M}) = n = \dim \mathcal{M}$.

(b) Konstruiere in 2^P eine maximale Kette und folgere $r(2^P) = n = \# P$.

ÜG_H3 "Rangformeln modularer und distributiver Verbände"

Sei $\mathbb{L} = (L, \leq)$ Verband endlicher Länge.

$\mathbb{L}$ heißt <u>distributiv</u>, falls für alle $x, y, z \in L$ gilt:

$$\boxed{(x \vee y) \wedge z = (x \wedge z) \vee (y \wedge z)}$$

<u>Mitteilungen</u>

(1) $\mathbb{L}$ ist modular genau dann, wenn für $\mathbb{L}$ die Rangformel (RM) gilt.

(2) $\mathbb{L}$ ist distributiv genau dann, wenn für $\mathbb{L}$ die Rangformel (RD) gilt.

(RM) $\boxed{r_{\mathbb{L}}(x \vee y) + r_{\mathbb{L}}(x \wedge y) = r_{\mathbb{L}} x + r_{\mathbb{L}} y}$ für alle $x, y \in L$.

(RD) $\boxed{r_{\mathbb{L}}(x \vee y \vee z) = r_{\mathbb{L}} x + r_{\mathbb{L}} y + r_{\mathbb{L}} z - r_{\mathbb{L}}(x \wedge y) - r_{\mathbb{L}}(x \wedge z) - r_{\mathbb{L}}(y \wedge z) + r_{\mathbb{L}}(x \wedge y \wedge z)}$

für alle $x, y, z \in L$.

Zeige:

(a) Ist $\mathbb{L}$ distributiv, so ist $\mathbb{L}$ modular.

(b) Ist $\mathbb{L}$ distributiv, so folgt (RD) direkt aus (RM).

(c) Für jede endliche Menge P ist 2^P distributiv. Erläutere (RD) in diesem Fall (unter Verwendung von H2).