Fakultät Mathematik und Naturwissenschaften, Fachrichtung Mathematik,

Institut für Algebra, Prof. Dr. Stefan Schmidt

4. Übungsblatt zur Vorlesung LAAG II (P):

Aufgabe P1: "Graphische Matroide und ihre Basen"

Ein ungerichtetes Netzwerk bzw. ungerichteter Multigraph ist erklärt als Tripel $G = (V, E\,\varrho)$ mit V als Kantenmenge, E als Knotenmenge und $\varrho : E \to \begin{pmatrix} V \\ [2] \end{pmatrix}$ als Strukturabbildung - wobei $\begin{pmatrix} V \\ I \end{pmatrix} := \{P \in 2^V \mid \#P \in I\}$ für $I \subseteq \mathbb{N}$.

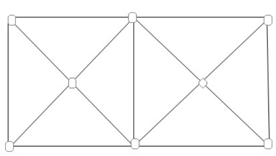
G heißt endlich, falls V und E endlich sind.

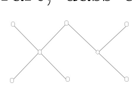
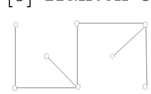
In diesem Fall sei $span: 2^E \to 2^E$ diejenige Abbildung, welche jeder Kantenmenge $X \subseteq E$ durch $span\,X$ die Menge aller Kanten $e \in E$ zuordnet, für die gilt:

$e \in X$ oder zu e existiert eine kreisfreie Teilmenge U von X derart, dass $U \cup \{e\}$ einen Kreis enthält.

a) Begründe, dass $(E, span)$ ein Matroid bildet; dieses heißt das graphische Matroid zu G.
Die maximalen kreisfreien Kantenmengen sind die Basen von G. Warum?

b) Sei G gegeben durch :



Finde eine Folge von Basen T_2, T_3, T_4, T_5 derart, dass es zu jedem $i \in [5]$ Kanten $c_i \in T_i$ und $e_i \in T_{i+1}$ mit $(T_i - \{c_i\}) \cup \{e_i\} = T_{i+1}$ gibt, falls T_1 durch  und T_6 durch  gegeben sind.