LAAG WiS 2013/14

ÜBUNGEN BLATT 8

(Ü1) Ist M Menge und $\mathcal{R} = (P, R)$ geordnete Menge, so ist auch $\mathcal{R}^M = (P^M, R_M)$ mit
$R_M := \{(\alpha, \beta) \in P^M \times P^M \mid \forall x \in M (\alpha x \, R \, \beta x)\}$
geordnete Menge. Warum ist das so?

(Ü2) Gegeben sei die Daten-Matrix

$$\alpha : [3] \times [4] \to \mathbb{N}, \; (i,j) \mapsto i^2 + j .$$

(i) Stelle α und α^T als Tabelle dar.

(ii) Bestimme $r_\alpha 1 = \alpha(1,\cdot)$ und $c_\alpha 1 = \alpha(\cdot, 1)$.

(Ü3) Seien P, Q, S Mengen und sei $\alpha \in S^{P \times Q}$.

Zeige: (i) $r_\alpha = c_{\alpha^T}$

(ii) $r_{\alpha^T} = c_\alpha$

(Ü4) Ist $\mathbf{M}$ Menge und $\varphi : \mathbf{S} \to \mathbf{T}$ injektive Abbildung, so ist die Abbildung

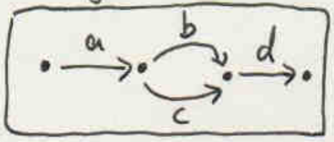
$$\Phi : \mathbf{S}^{\mathbf{M}} \to \mathbf{T}^{\mathbf{M}}, \; \alpha \mapsto \varphi \circ \alpha$$

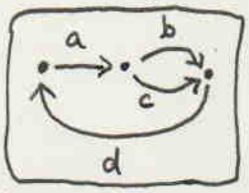
ebenfalls injektiv. Begründe dies!

(Ü5) Für $m, n \in \mathbb{N}$ gilt: $m \leq n \iff \exists k \in \mathbb{N} : m + k = n$.
Ist M Menge, so ist $(\mathbb{N}^M, \leq_M) = (\mathbb{N}, \leq)^M$ gemäß (Ü1) geordnete Menge.

Zeige für alle $\alpha, \beta \in \mathbb{N}^M$: $\alpha \leq_M \beta \iff \exists \gamma \in \mathbb{N}^M : \alpha + \gamma = \beta$

(H1) Ist $G = (V, E, \sigma, \tau)$ ein Netzwerk, so nennt man $(x, y) \in E^2$ mit $\tau x = \sigma y$ einen Pfad der Länge 2 in G. Entsprechend ist $(x, y, z) \in E^3$ mit $\tau x = \sigma y$ und $\tau y = \sigma z$ ein Pfad der Länge 3 in G.

(i) Für  bestimme die Pfade der Länge 2.

(ii) Für  bestimme die Pfade der Länge 3.

(H2) Verwende Ü4 und finde eine injektive Abbildung $\Phi : \underline{2}^M \to \mathbb{N}^M$.

Zusatz-Aufgabe: Zeige durch Angabe einer injektiven Abbildung von 2^M nach $\mathbb{N}^M$, das jede Teilmenge von M als natürliche Multimenge zu M interpretierbar ist.

(H3) Begründe: Ist S Menge und $\varphi : A \to B$ surjektive Abbildung, so ist die Abbildung

$$\Psi : S^B \to S^A, \; u \mapsto u \circ \varphi \text{ injektiv.}$$