



## 6. Übungsblatt für die Übungen vom 25.11. bis 2.12.2013

Hausaufgaben bitte bis zum 2.12.2013 12.00 Uhr in die Briefkästen im Willersbau, C-Flügel, Erdgeschoss, einwerfen. Bitte Namen, Matrikelnummer, und Übungsgruppe angeben.

Ü1. Man zeige, dass folgende Mengen gleichmächtig sind:  $\mathbb{N}$ ,  $2 \cdot \mathbb{N} = \{2 \cdot n | n \in \mathbb{N}\}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Q}_+ = \{n/m | n \in \mathbb{N}_+ \wedge m \in \mathbb{N}_+\}$ .

Zusatz:  $2^{\mathbb{N}} \cong \mathbb{R}$ . Also ist  $\mathbb{N} \not\cong \mathbb{R}$ .

Ü2. "SWAP-MAP": Sei  $S$  eine fest gewählte Menge. Zu jedem Mengenpaar  $(P, Q)$  sei dann die SWAP-MAP definiert als Abbildung

$$\begin{aligned} \sigma_{P,Q} : (S^Q)^P &\rightarrow (S^P)^Q \\ u &\mapsto u' \end{aligned}$$

mit  $(u'q)_p := (up)_q$  für alle  $p \in P$ ,  $q \in Q$ .

(a) Zeige, dass  $\sigma_{Q,P}$  invers ist zu  $\sigma_{P,Q}$ .

(b) Spezialfall  $S = P = Q = \mathbb{N}$ : Für  $u \in (\mathbb{N}^{\mathbb{N}})^{\mathbb{N}}$  mit  $un : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ ,  $x \mapsto x^n$  für alle  $n \in \mathbb{N}$  bestimme  $u'$ .

Insbesondere vergleiche  $u_2$  mit  $u'_2$ .

Ü3. Eine Abbildung  $f : A \rightarrow A$  heiße *idempotent*, falls  $f^2 := f \circ f = f$  ist.

Für Abbildungen  $g : A \rightarrow B$  und  $h : B \rightarrow A$  zeige, dass  $h \circ g$  idempotent ist, falls  $g \circ h = id_B$  gilt.

Ü4. Zeige, dass die Inzidenzstruktur der Ecken des Würfels als Punkte und seiner Seiten als Blöcke eine taktische Konfiguration bildet; bestimme das zugehörige Parameterquadrupel.

H5. Bestimme Part[3] und Part[4].

H6. Ist  $M$  Menge und  $k \in \mathbb{N}$ , so sei

$$\binom{M}{k} := \{X \in 2^M | \#X = k\}$$

die Menge der  $k$ -elementigen Teilmengen von  $M$ .

Für  $i, j, n \in \mathbb{N}$  mit  $i \leq j \leq n$  sei  $\mathcal{I}(i, j, n) := (P, B, I)$  mit  $P = \binom{[n]}{i}$ ,  $B = \binom{[n]}{j}$  und

$$I := \{(p, b) \in P \times B \mid p \subseteq b\}.$$

Dann ist  $\mathcal{I}$  taktische Konfiguration.

Bestimme für  $(i, j, n) = (2, 3, 4)$  und  $(i, j, n) = (2, 3, 5)$  die zugehörigen Parameterquadrupel.

H7. Ist  $A$  eine Menge von Mengen, so zeige, dass

$$R := \{(X, Y) \in A \times A \mid X \cong Y\}$$

Äquivalenzrelation auf  $A$  ist.