

PROGRAMMIERUNG

ÜBUNG 10: C_0 UND ABSTRAKTE MASCHINE AM_0

Eric Kunze

`eric.kunze@tu-dresden.de`

1. Funktionale Programmierung
 - 1.1 Einführung in Haskell: Listen
 - 1.2 Algebraische Datentypen
 - 1.3 Funktionen höherer Ordnung
 - 1.4 Typpolymorphie & Unifikation
 - 1.5 Beweis von Programmeigenschaften
 - 1.6 λ -Kalkül
2. Logikprogrammierung
3. Implementierung einer imperativen Programmiersprache
 - 3.1 **Implementierung von C_0**
 - 3.2 Implementierung von C_1
4. Verifikation von Programmeigenschaften
5. H_0 – ein einfacher Kern von Haskell

Implementierung von C_0 und abstrakte Maschine AM_0

- ▶ **Ziel:** Implementierung einer einfachen Programmiersprache $C_1 \subset C$

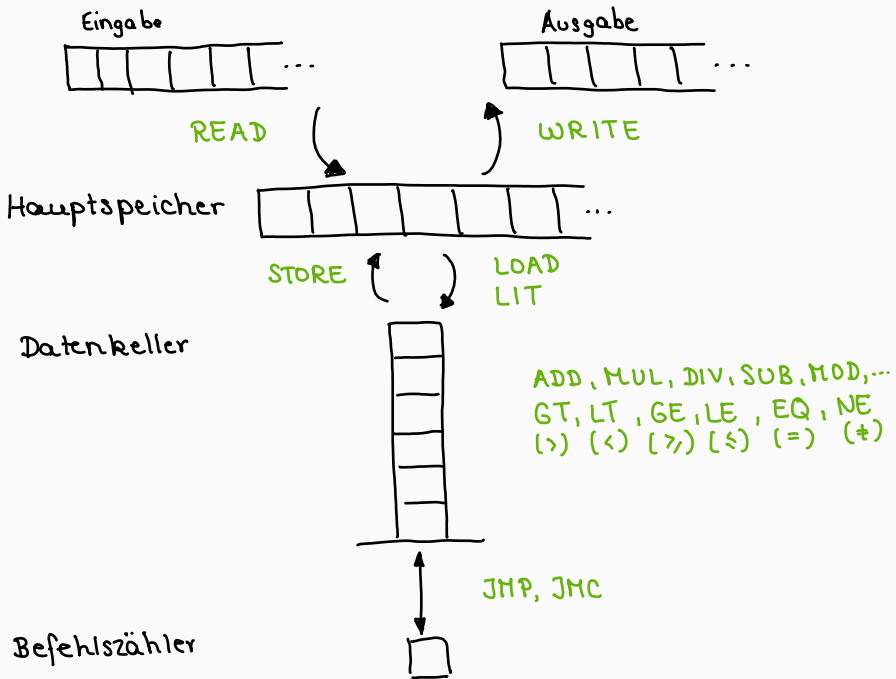
- ▶ **Ziel:** Implementierung einer einfachen Programmiersprache $C_1 \subset C$
- ▶ **Hier:** zunächst Einschränkung auf $C_0 \subset C_1$
 - ▶ genau eine main-Funktion
 - ▶ Zugriff auf `stdio` durch `#include`
 - ▶ einzig zugelassene Datenstruktur: `int`, Konstanten
 - ▶ Kontrollstrukturen: Ein-/Ausgabebefehle, Zuweisungen, Sequenzen, Verzweigungen, bedingte Schleifen

- ▶ **Ziel:** Implementierung einer einfachen Programmiersprache $C_1 \subset C$
- ▶ **Hier:** zunächst Einschränkung auf $C_0 \subset C_1$
 - ▶ genau eine main-Funktion
 - ▶ Zugriff auf `stdio` durch `#include`
 - ▶ einzig zugelassene Datenstruktur: `int`, Konstanten
 - ▶ Kontrollstrukturen: Ein-/Ausgabebefehle, Zuweisungen, Sequenzen, Verzweigungen, bedingte Schleifen
- ▶ **Implementierung** durch
 - ▶ Syntax von C_0
 - ▶ Befehle und Semantik einer abstrakten Maschine AM_0
 - ▶ Übersetzer $C_0 \leftrightarrow AM_0$

Wir bauen eine abstrakte Maschine AM_0 , die unsere Berechnungen ausführen kann. Wir benötigen dafür:

- ▶ ein Ein- und Ausgabeband,
- ▶ einen Datenkeller,
- ▶ einen Hauptspeicher und
- ▶ einen Befehlszähler

Nun müssen aber auch Aktionen ausgeführt werden, wie zum Beispiel das Einlesen vom Eingabeband in den Hauptspeicher. Dafür gibt es folgende Befehle:



SEMANTIK DER BEFEHLE

Den Zustand der abstrakten Maschine beschreiben wir durch die Zustände der 5 Komponenten, also als 5-Tupel

$$\underline{(m, d, h, inp, out)}$$

= (Befehlszähler, Datenkeller, Hauptspeicher, Input, Output)

Jeder Befehl verändert den Zustand der Maschine – er verändert also die Einträge in diesem Tupel.

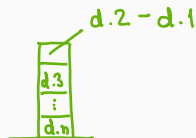
5-3
LOAD "5"
LOAD "3"



$C[\text{SUB}](m, d, h, inp, out) :=$

if $d = \underline{d.1 : d.2 : \dots : d.n}$ ↗

then $\underline{(m + 1, (d.2 - d.1) : d.3 : \dots : d.n, inp, out)}$



SEMANTIK DER BEFEHLE

... gibt zu jedem Befehl der AM_0 an, welche Zustandstransformation der AM_0 dieser Befehl bewirkt. Dabei schreiben wir statt $C[\cdot](\gamma)$ nun $C[\cdot](\gamma)$.

- $C[\text{ADD}](m, d, h, \text{inp}, \text{out}) :=$
if $d = d.1 : d.2 : d.3 : \dots : d.n$ mit $n \geq 2$ then $(m + 1, \underline{d.2 + d.1} : d.3 : \dots : d.n, h, \text{inp}, \text{out})$
für MUL analog

- $C[\text{SUB}](m, d, h, \text{inp}, \text{out}) :=$
if $d = d.1 : d.2 : d.3 : \dots : d.n$ mit $n \geq 2$ then $(m + 1, (d.2 - d.1) : d.3 : \dots : d.n, h, \text{inp}, \text{out})$
für DIV und MOD analog

- $C[\text{LT}](m, d, h, \text{inp}, \text{out}) :=$
if $d = d.1 : d.2 : d.3 : \dots : d.n$ mit $n \geq 2$ then $(m + 1, \underline{b} : d.3 : \dots : d.n, h, \text{inp}, \text{out})$
wobei $\underline{b} = 1$, falls $d.2 < d.1$, und $b = 0$, falls $d.2 \geq d.1$,
d. h. für den Wert true (bzw. false) wird 1 (bzw. 0) abgelegt
für EQ, NE, GT, LE und GE analog

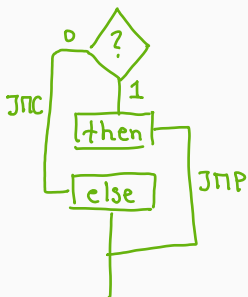
- $C[\text{LOAD } n](m, d, h, \text{inp}, \text{out}) :=$
if $h(n) \in \mathbb{Z}$ then $(m + 1, \underline{h(n)} : d, h, \text{inp}, \text{out})$
- $C[\text{LIT } z](m, d, h, \text{inp}, \text{out}) := (m + 1, z : d, h, \text{inp}, \text{out})$
- $C[\text{STORE } n](m, d, h, \text{inp}, \text{out}) :=$
if $d = d.1 : d'$ then $(m + 1, d', h[n/d.1], \text{inp}, \text{out})$
wobei $h[n/d.1](k) = \begin{cases} d.1 & \text{falls } k = n \\ h(k) & \text{sonst} \end{cases}$

- $C[\text{JMP } e](m, d, h, \text{inp}, \text{out}) := (\underline{e}, d, h, \text{inp}, \text{out})$
- $C[\text{JMC } e](m, d, h, \text{inp}, \text{out}) :=$
if $d = \underline{0} : d.2 : \dots : d.n$ mit $n \geq 1$ then $(\underline{e} : d.2 : \dots : d.n, h, \text{inp}, \text{out})$
if $d = \underline{1} : d.2 : \dots : d.n$ mit $n \geq 1$ then $(m + 1, d.2 : \dots : d.n, h, \text{inp}, \text{out})$

Es wird also zum Befehl mit der Nummer e gesprungen, wenn das oberste Kellerelement gleich 0 ist; die 0 repräsentiert den Wert *false*. Wenn das oberste Kellerelement gleich 1 ist (und damit den Wert *true* repräsentiert), dann wird der Befehlszähler um 1 inkrementiert.

- $C[\text{READ } n](m, d, h, \text{inp}, \text{out}) :=$
if $\text{inp} = \text{first}(\text{inp}).\text{rest}(\text{inp})$ then $(m + 1, d, h[n/\text{first}(\text{inp})], \text{rest}(\text{inp}), \text{out})$
wobei für jedes $n \in \mathbb{Z}$ und $w \in \mathbb{Z}^*$ gilt: $\text{first}(n : w) = n$ und $\text{rest}(n : w) = w$

ÜBERSETZUNG VON IF - THEN - ELSE



$sttrans(\text{if } (exp) \text{ stat}_1 \text{ else } \text{stat}_2, \text{tab}, a) :=$

$boolexptrans(exp, \text{tab})$ *Bedingung*

JMC a.1;

$sttrans(\text{stat}_1, \text{tab}, a.2)$ *then*

JMP a.3;

a.1 : $sttrans(\text{stat}_2, \text{tab}, a.4)$ *else*

a.3 :

für alle $exp \in W(\langle\langle \text{BoolExpression} \rangle\rangle)$, $\text{stat}_1, \text{stat}_2 \in W(\langle\langle \text{Statement} \rangle\rangle)$,
 $\text{tab} \in \text{Tab}$ und $a \in \mathbb{N}^*$.

AUFGABE 1

Wir betrachten das C_0 -Programm *Max*:

```
1 #include <stdio.h>           7   if (a > b)
2                               8       max = a;
3 int main( ) {                9   else max = b;
4     int a, b, max;           10  printf("%d", max);
5     scanf("%i", &a);         11  return 0;
6     scanf("%i", &a);         12 }
```

- (a) Berechnen Sie schrittweise das baumstrukturierte Programm $bMax_0 = \text{trans}(Max)$ mit Hilfe der in der Vorlesung angegebenen Übersetzungsfunktionen. Dokumentieren Sie dabei jeden rekursiven Funktionsaufruf.

AUFGABE 1 – TEIL (A)

Baumstrukturierte Adressen:

```
    READ 1;  
    READ 2;  
    LOAD 1;  
    LOAD 2;  
    GT;  
    JMC 1.3.1;  
    LOAD 1;  
    STORE 3;  
    JMP 1.3.3;  
1.3.1  LOAD 2;  
        STORE 3;  
1.3.3  WRITE 3;
```

AUFGABE 1 – TEIL (A)

Baumstrukturierte Adressen:

```
    READ 1;  
    READ 2;  
    LOAD 1;  
    LOAD 2;  
    GT;  
    JMC 1.3.1;  
    LOAD 1;  
    STORE 3;  
    JMP 1.3.3;  
1.3.1  LOAD 2;  
        STORE 3;  
1.3.3  WRITE 3;
```

Linearisierte Adressen:

```
1 READ 1;  
2 READ 2;  
3 LOAD 1;  
4 LOAD 2;  
5 GT;  
6 JMC 10;  
7 LOAD 1;  
8 STORE 3;  
9 JMP 12;  
10 LOAD 2;  
11 STORE 3;  
12 WRITE 3;
```

AUFGABE 1 – TEIL (B)

Ablauf der abstrakten Maschine:

	BZ	,	DK	,	HS	,	Inp	,	Out	
(1	,	ε	,	[]	,	5:7	,	ε)
(2	,	ε	,	[1/5]	,	7	,	ε)
(3	,	ε	,	[1/5, 2/7]	,	ε	,	ε)
(4	,	5	,	[1/5, 2/7]	,	ε	,	ε)
(5	,	7:5	,	[1/5, 2/7]	,	ε	,	ε)
(6	,	0	,	[1/5, 2/7]	,	ε	,	ε)
(10	,	ε	,	[1/5, 2/7]	,	ε	,	ε)
(11	,	7	,	[1/5, 2/7]	,	ε	,	ε)
(12	,	ε	,	[1/5, 2/7, 3/7]	,	ε	,	ε)
(13	,	ε	,	[1/5, 2/7, 3/7]	,	ε	,	7)

AUFGABE 1 – TEIL (B)

Ablauf der abstrakten Maschine:

	BZ	,	DK	,	HS	,	Inp	,	Out	
(1	,	ε	,	[]	,	5:7	,	ε)
(2	,	ε	,	[1/5]	,	7	,	ε)
(3	,	ε	,	[1/5, 2/7]	,	ε	,	ε)
(4	,	5	,	[1/5, 2/7]	,	ε	,	ε)
(5	,	7:5	,	[1/5, 2/7]	,	ε	,	ε)
(6	,	0	,	[1/5, 2/7]	,	ε	,	ε)
(10	,	ε	,	[1/5, 2/7]	,	ε	,	ε)
(11	,	7	,	[1/5, 2/7]	,	ε	,	ε)
(12	,	ε	,	[1/5, 2/7, 3/7]	,	ε	,	ε)
(13	,	ε	,	[1/5, 2/7, 3/7]	,	ε	,	7)

$$\mathcal{P}[\llbracket Max_0 \rrbracket](5 : 7) = \text{proj}_5^{(5)} \left(\mathcal{I}[\llbracket Max_0 \rrbracket](1, \varepsilon, [], 5 : 7, \varepsilon) \right) = 7$$

AUFGABE 2 – TEIL (A)

```
1 #include <stdio.h>
2
3 int main() {
4     int x1, x2;
5     scanf("%i", &x1);
6     scanf("%i", &x2);
7     while (x1 > 0){
8         x1 = x2 - x1;
9         if (x2 > x1)
10            x2 = x2 / 2;
11     }
12     printf("%d", x1);
13     return 0;
14 }
```

Übersetzen Sie das Programm mittels `trans` in AM_0 -Code mit linearen Adressen. Geben Sie nur das Endergebnis der Übersetzung (keine Zwischenschritte) an!

AUFGABE 2 – TEIL (A)

1 READ 1;	6 JMC 20;	11 LOAD 2;	16 LIT 2;
2 READ 2;	7 LOAD 2;	12 LOAD 1;	17 DIV;
3 LOAD 1;	8 LOAD 1;	13 GT;	18 STORE 2;
4 LIT 0;	9 SUB;	14 JMC 19;	19 JMP 3;
5 GT;	10 STORE 1;	15 LOAD 2;	20 WRITE 1;

AUFGABE 2 – TEIL (B)

```
3 LOAD 2;      6 JMC 14;      9 LIT 2;      12 STORE 2;  
4 LIT 5;      7 LOAD 1;      10 MUL;      13 JMP 3;  
5 LT;        8 LOAD 2;      11 ADD;      14 WRITE 1;
```

Erstellen Sie ein Ablaufprotokoll für dieses Programmfragment, bis die AM_0 terminiert. Die Startkonfiguration ist $(7, \varepsilon, [1/3, 2/1], \varepsilon, \varepsilon)$.

AUFGABE 2 – TEIL (B)

Ablauf der abstrakten Maschine:

	BZ	,	DK	,	HS	,	Inp	,	Out
(7	,	ϵ	,	[1/3, 2/1]	,	ϵ	,	ϵ)
(8	,	3	,	[1/3, 2/1]	,	ϵ	,	ϵ)
(9	,	1:3	,	[1/3, 2/1]	,	ϵ	,	ϵ)
(10	,	2:1:3	,	[1/3, 2/1]	,	ϵ	,	ϵ)
(11	,	2:3	,	[1/3, 2/1]	,	ϵ	,	ϵ)
(12	,	5	,	[1/3, 2/1]	,	ϵ	,	ϵ)
(13	,	ϵ	,	[1/3, 2/5]	,	ϵ	,	ϵ)
(3	,	ϵ	,	[1/3, 2/5]	,	ϵ	,	ϵ)
(4	,	5	,	[1/3, 2/5]	,	ϵ	,	ϵ)
(5	,	5:5	,	[1/3, 2/5]	,	ϵ	,	ϵ)
(6	,	0	,	[1/3, 2/5]	,	ϵ	,	ϵ)
(14	,	ϵ	,	[1/3, 2/5]	,	ϵ	,	ϵ)
(15	,	ϵ	,	[1/3, 2/5]	,	ϵ	,	3)