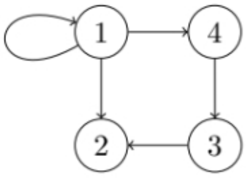
ÜBUNGSBLATT 8 DIENSTAG

Aufgabe 1 (AGS 13.6 ⋆)



Gegeben sei der links abgebildete Graph.

(a) Bilden Sie die Kantenrelation von G durch ein zweistelliges Prädikat **edge** in Prolog ab.

```
1 edge(1,1).
2 edge(1,4).
3 edge(1,2).
4 edge(3,2).
5 edge(4,3).
```

$G = (V, E)$

$V = \{1, 2, 3, 4\}$

$E = \{(1,1), (1,4), (1,2), (4,3), (3,2)\}$

(b) Seien u und w Knoten in G. Es gibt einen *Pfad von u nach w*, wenn (i) $u = w$ gilt, oder (ii) es einen Knoten v gibt, sodass eine Kante von u nach v und ein Pfad von v nach w existieren. Bilden Sie das Konzept Pfad von u nach w mit einem zweistelligen Prädikat **path** in Prolog ab. Nutzen Sie dazu das Prädikat **edge** aus Aufgabe (a).

```
6 path(U,U).                               (i)  u = w
7 path(U,W) :- edge(U,V), path(V,W).       (ii)
```

(c) Geben Sie alle SLD-Refutationen für `?- path(4, X).` an. Geben Sie dabei die Belegungen für alle Variablen an. Geben Sie die Menge der möglichen Belegungen für `X` an!

```
          ?- path(4,X).
{X=4}     ?- .                                 % 6

          ?- path(4,X).
          ?- edge(4,W), path(W,X).             % 7
{W=3}     ?- path(3,X).                        % 5
{X=3}     ?- .                                 % 6

          ?- path(4,X).
          ?- edge(4,W), path(W,X).             % 7
{W=3}     ?- path(3,X).                        % 5
          ?- edge(3,U), path(U,X).             % 7
{U=2}     ?- path(2,X).                        % 4
{X=2}     ?- .                                 % 6
```

$\Longrightarrow X \in \{4, 3, 2\}$

Aufgabe 2 (AGS 13.8)

Natürliche Zahlen stellen wir in Prolog⁻ als Terme über dem einstelligen Funktionssymbol `s` und dem nullstelligen Funktionssymbol `0` dar:

UNÄRKODIERUNG:

$0 = 0$
$| = 1 = s(0)$
$|| = 2 = s(s(0))$
$||| = 3 = s(s(s(0)))$

```
nat(0).
nat(s(X)) :- nat(X).
```

Dabei kürzen wir wie in der Vorlesung den Term für die natürliche Zahl `n` mit `<n>` ab, z.B. `s(s(s(0)))` = `<3>`. Weiterhin wurde das Prädikat `sum` besprochen:

```
sum(0, Y, Y) :- nat(Y).
sum(s(X), Y, s(S)) :- sum(X, Y, S).
```

$(X+1) + Y = S+1 \Leftarrow X+Y=S$

$(x,y,z) \in sum \Leftrightarrow x+y=z$

$sum = \{(x,y,z) \in \mathbb{N}^3 : x+y=z\}$

(a) Geben Sie ein Prädikat `even` an, das für alle geraden natürlichen Zahlen gilt und für alle ungeraden natürlichen Zahlen nicht.

```
even(0).
even(s(s(X))) :- even(X).
```

(b) Geben Sie eine zweistellige Relation `div2` an, die für jede natürliche Zahl `n` das Paar $(\texttt{<n>}, \texttt{<}\lfloor\frac{n}{2}\rfloor\texttt{>})$ enthält und sonst nichts.

$\frac{X}{2} = Q \Rightarrow \frac{X+2}{2} = Q+1$

```
1 div2(0, 0).
2 div2(s(0), 0).
3 div2(s(s(X)), s(Q)) :- div2(X, Q).
```

$\lfloor\frac{0}{2}\rfloor = 0$ ✓

$\lfloor\frac{1}{2}\rfloor = 0$ ✓

$\frac{5}{2} = 2$

$(5,2) \rightsquigarrow (3,1)$
$\rightsquigarrow (1,0)$

$\frac{4}{2} = 2$

$(4,2) \rightsquigarrow (2,1)$
$\rightsquigarrow (0,0)$

(c) Geben Sie eine SDL-Refutation für `?- div2(<3>, <1>).` an.

```
?- div2(<3>, <1>).
?- div2(<1>, 0).      % 3
?- .                  % 2
```

(d) *(Zusatzaufgabe)* Geben Sie eine dreistellige Relation `div` an, die für jedes Paar von natürlichen Zahlen `n` und `m`, wobei $\mathtt{m} \neq 0$, das Tripel (`<n>`, `<m>`, `<`$\lfloor\frac{\mathtt{n}}{\mathtt{m}}\rfloor$`>`) enthält und sonst nichts. Nutzen Sie dafür die dreistellige Relation `sum` aus der Vorlesung.

Hinweis: Nutzen Sie die Relation `lt` aus Zusatzaufgabe 1.

Prüfe korrekte Kodierung

lt (0, s(M)) :- nat(M).

lt (s(N), s(M)) :- lt(N,M).

3 < 5 ⇝ 2 < 4 ⇝ 1 < 3 ⇝ 0 < 2

N+1 < M+1 ⇐ N<M

div2 : $\frac{N+2}{2} = \boxed{Q+1}$ ⇝ div : $\frac{N}{M} = \boxed{Q+1}$

$\frac{N}{2} = \boxed{Q}$ $\qquad$ $\frac{V}{M} := \frac{N-M}{M} = \boxed{Q}$

V := N-M

⇔ M+V=N

div(0, M, 0) :- lt(0,M). Division durch Null nicht definiert

div(N, M, 0) := lt(N,M). $\frac{N}{M} = 0$ falls N<M, z.B. $\frac{1}{2} = 0$ (Abrundung)

div(N, M, s(Q)) :- lt(0,M), sum(M,V,N), div(V,M,Q).

(e) *(Zusatzaufgabe)* Geben Sie eine SDL-Refutation für `?- div(<3>, <2>, <1>).` an.

	?- div(⟨3⟩, ⟨2⟩, ⟨1⟩)	
	?- lt(⟨0⟩, ⟨2⟩) , sum(⟨2⟩, V1, ⟨3⟩) , div(V1, ⟨2⟩, ⟨0⟩)	% 19
	?- nat(⟨1⟩) , sum(⟨2⟩, V1, ⟨3⟩) , div(V1, ⟨2⟩, ⟨0⟩)	% 14
	?- nat(⟨0⟩) , sum(⟨2⟩, V1, ⟨3⟩) , div(V1, ⟨2⟩, ⟨0⟩)	% 2
	?- sum(⟨2⟩, V1, ⟨3⟩) , div(V1, ⟨2⟩, ⟨0⟩).	% 1
	?-* sum(⟨0⟩, V1, ⟨1⟩) , div(V1, ⟨2⟩, ⟨0⟩).	% 4
{V1=⟨1⟩}	?- nat(⟨1⟩) , div(⟨1⟩, ⟨2⟩, ⟨0⟩).	% 3
	?- nat(⟨0⟩) , div(⟨1⟩, ⟨2⟩, ⟨0⟩).	% 2
	?- div(⟨1⟩, ⟨2⟩, ⟨0⟩).	% 1
	?- lt(⟨1⟩, ⟨2⟩).	% 18
	?- lt(⟨0⟩, ⟨1⟩).	% 15
	?- nat(⟨0⟩).	% 14
	?- .	% 1