

# PROGRAMMIERUNG

## ÜBUNG 8: LOGIKPROGRAMMIERUNG MIT PROLOG

---

Eric Kunze

`eric.kunze@tu-dresden.de`

1. Funktionale Programmierung
  - 1.1 Einführung in Haskell: Listen
  - 1.2 Algebraische Datentypen
  - 1.3 Funktionen höherer Ordnung
  - 1.4 Typpolymorphie & Unifikation
  - 1.5 Beweis von Programmeigenschaften
  - 1.6  $\lambda$ -Kalkül
2. **Logikprogrammierung**
3. Implementierung einer imperativen Programmiersprache
4. Verifikation von Programmeigenschaften
5.  $H_0$  – ein einfacher Kern von Haskell

# Logikprogrammierung und Prolog<sup>-</sup>

---

# EINFÜHRUNG IN PROLOG

- ▶ Französisch: programmation en logique  
(deutsch: Programmieren in Logik)
- ▶ hier: Teilsprache Prolog<sup>-</sup>
- ▶ **Interpreter:** *swipl*  
<https://www.swi-prolog.org/download/stable>
  - ▶ Nutzung wie üblich im Terminal
  - ▶ `swipl <filename>` startet die interaktive Session
- ▶ **Online-Editor & Interpreter:** <https://swish.swi-prolog.org/>

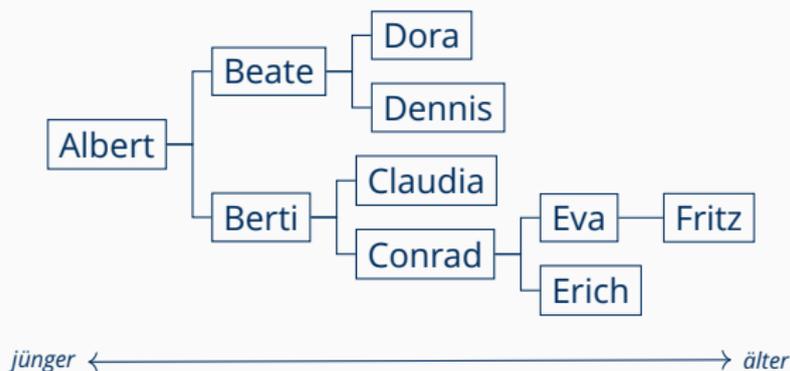
# EINFÜHRUNG IN PROLOG

- ▶ Französisch: programmation en logique  
(deutsch: Programmieren in Logik)
- ▶ hier: Teilsprache Prolog<sup>-</sup>
- ▶ **Interpreter:** *swipl*  
<https://www.swi-prolog.org/download/stable>
  - ▶ Nutzung wie üblich im Terminal
  - ▶ `swipl <filename>` startet die interaktive Session
- ▶ **Online-Editor & Interpreter:** <https://swish.swi-prolog.org/>

- 
- ▶ Prolog-Programme bestehen aus **Fakten** und **Regeln**.
  - ▶ Statements werden mit `.` abgeschlossen.
  - ▶ Variablen beginnen mit Großbuchstaben.
  - ▶ **UND**-Operator: `,`
  - ▶ **ODER**-Operator: `;`

# EIN EINFÜHRENDES BEISPIEL

Wir betrachten den folgenden Familienstammbaum:



Nun wollen wir die Verwandschaftsbeziehungen abbilden und untersuchen. Dafür brauchen wir

- ▶ Geschlechter
- ▶ Eltern-Kind-Beziehung(en)

## Fakten

- ▶ Prädikat mit Argumenten
- ▶ z.B. Albert ist männlich  $\rightsquigarrow$  `male(albert)`.
- ▶ z.B. Claudia ist ein Elternteil von Berti  $\rightsquigarrow$  `parent(claudia, berti)`.

## Regeln

- ▶ Abhängigkeit eines Fakts von einem oder mehreren anderen Fakten
- ▶ z.B. Vater ist männliches Elternteil  
 $\hookrightarrow$  `father(X,Y) :- parent(X,Y), male(X)`.
- ▶ `:-` kann als umgedrehte Implikation ( $\Leftarrow$ ) gelesen werden

Nun möchten wir Programme auch ausführen. Aus Logik-Sicht ist die Ausführung eine Anfrage (*query*): wir wollen wissen, ob ein Fakt gilt oder nicht (bzw. ob er gültig gemacht werden kann). Diesen Fakt nennen wir das Ziel (*goal*).

- ▶ Ist Albert männlich?
- ▶ Anfrage: `?- male(albert).`
- ▶ Antwort: `true.`

Im Allgemeinen gibt es kein I/O. Wir können das aber „simulieren“, indem wir Variablen nutzen.

- ▶ Welche Personen sind männlich?
- ▶ Anfrage: `?- male(X).`
- ▶ Anzeigen mehrerer Lösungen in `swipl` durch `;`

# SLD-REFUTATIONEN

**Ziel:** zeige Gültigkeit einer Anfrage (eines Goals)  $G = (?- L_1, \dots, L_n)$

**SLD-Resolution:**

- ▶ wähle ein  $L_i$  aus
- ▶ es gibt eine Regel  $C = (M_0 :- M_1, \dots, M_m)$ ,  
wobei  $C$  und  $G$  keine gemeinsamen Variablen haben
- ▶  $\sigma$  sei der allgemeinste Unifikator von  $L_i$  und  $M_0$

**Dann:** ersetze  $L_i$  durch  $M_1, \dots, M_m$  unter Anwendung von  $\sigma$  — formal:

$$G' = (?- \tilde{\sigma}(L_1), \dots, \tilde{\sigma}(L_{i-1}), \tilde{\sigma}(M_1), \dots, \tilde{\sigma}(M_m), \tilde{\sigma}(L_{i+1}), \dots, \tilde{\sigma}(L_n))$$

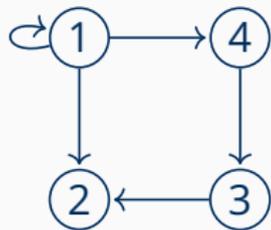
$G'$  heißt *Resolvente* von  $G$  und  $C$  unter  $\sigma$ .

- ▶ **SLD-Ableitung** (derivation): Folge von SLD-Resolutionen
- ▶ **SLD-Refutation** (refutation): endliche Folge von SLD-Resolutionen mit dem leeren Goal  $?-$  als Ende

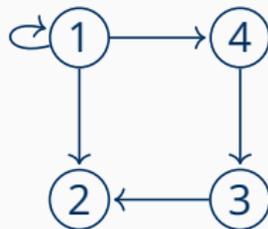
# Aufgabe 1

---

# AUFGABE 1



# AUFGABE 1



1 `edge (1,1) .`

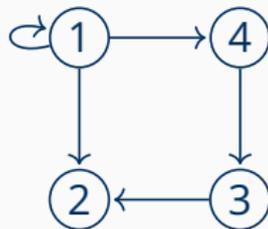
2 `edge (1,4) .`

3 `edge (1,2) .`

4 `edge (3,2) .`

5 `edge (4,3) .`

# AUFGABE 1



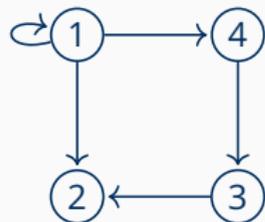
```
1 edge(1,1).  
2 edge(1,4).  
3 edge(1,2).  
4 edge(3,2).  
5 edge(4,3).
```

```
7 path(U, U).  
8 path(U, W) :- edge(U, V), path(V, W).
```

# AUFGABE 1

*Hinweis: Die Zeilenangaben in den Refutationen können von denen in der Übung abweichen.*

```
?- path(4,X) .  
{X=4} ?- . % 7  
  
?- path(4,X) .  
?- edge(4,W), path(W,X) . % 8  
{W=3} ?- path(3,X) . % 5  
{X=3} ?- . % 6  
  
?- path(4,X) .  
?- edge(4,W), path(W,X) . % 8  
{W=3} ?- path(3,X) . % 5  
?- edge(3,U), path(U,X) . % 8  
{U=2} ?- path(2,X) . % 4  
{X=2} ?- . % 7
```



## Aufgabe 2

---

## AUFGABE 2 – TEIL (A)

```
1 nat(0).  
2 nat(s(X)) :- nat(X).  
3  
4 sum(0, Y, Y) :- nat(Y).  
5 sum(s(X), Y, s(S)) :- sum(X, Y, S).
```

**Gesucht:** Prädikat `even`, dass alle natürlichen Zahlen enthält

## AUFGABE 2 – TEIL (A)

```
1 nat(0).  
2 nat(s(X)) :- nat(X).  
3  
4 sum(0, Y, Y) :- nat(Y).  
5 sum(s(X), Y, s(S)) :- sum(X, Y, S).
```

**Gesucht:** Prädikat `even`, dass alle natürlichen Zahlen enthält

```
7 even(0).  
8 even(s(s(N))) :- even(N).
```

## AUFGABE 2 – TEIL (B)

```
1 nat(0).
2 nat(s(X)) :- nat(X).
3
4 sum(0, Y, Y) :- nat(Y).
5 sum(s(X), Y, s(S)) :- sum(X, Y, S).
6
7 even(0).
8 even(s(s(N))) :- even(N).
```

**Gesucht:** Relation `div2` mit  $(\langle n \rangle, \langle \lfloor \frac{n}{2} \rfloor \rangle)$

## AUFGABE 2 – TEIL (B)

```
1 nat(0).
2 nat(s(X)) :- nat(X).
3
4 sum(0, Y, Y) :- nat(Y).
5 sum(s(X), Y, s(S)) :- sum(X, Y, S).
6
7 even(0).
8 even(s(s(N))) :- even(N).
```

**Gesucht:** Relation `div2` mit  $(\langle n \rangle, \langle \lfloor \frac{n}{2} \rfloor \rangle)$

```
10 div2(0, 0).
11 div2(s(0), 0).
12 div2(s(s(N)), s(M)) :- div2(N, M).
```

## AUFGABE 2 –TEIL (C)

```
10 div2(0, 0).  
11 div2(s(0), 0).  
12 div2(s(s(N)), s(M)) :- div2(N, M).
```

**gesucht:** SLD-Refutation für ?- div(<3>, <1>).

```
?- div(<3>, <1>).
```

```
?- div(<1>, 0).      % 12
```

```
?- .                % 11
```

```
1 nat(0).
2 nat(s(X)) :- nat(X).
3
4 sum(0, Y, Y) :- nat(Y).
5 sum(s(X), Y, s(S)) :- sum(X, Y, S).
```

**Gesucht:** Relation  $\text{div}$  mit  $(\langle n \rangle, \langle m \rangle, \langle \lfloor \frac{n}{m} \rfloor \rangle)$

```
1 nat(0).
2 nat(s(X)) :- nat(X).
3
4 sum(0, Y, Y) :- nat(Y).
5 sum(s(X), Y, s(S)) :- sum(X, Y, S).
```

**Gesucht:** Relation  $\text{div}$  mit  $(\langle n \rangle, \langle m \rangle, \langle \lfloor \frac{n}{m} \rfloor \rangle)$

```
14 lt(0, s(M)) :- nat(M).
15 lt(s(N), s(M)) :- lt(N, M).
```

```
1 nat(0).
2 nat(s(X)) :- nat(X).
3
4 sum(0, Y, Y) :- nat(Y).
5 sum(s(X), Y, s(S)) :- sum(X, Y, S).
```

**Gesucht:** Relation `div` mit  $(\langle n \rangle, \langle m \rangle, \langle \lfloor \frac{n}{m} \rfloor \rangle)$

```
14 lt(0, s(M)) :- nat(M).
15 lt(s(N), s(M)) :- lt(N, M).
```

```
17 div(0, M, 0) :- lt(0, M).
18 div(N, M, 0) :- lt(N, M).
19 div(N, M, s(Q)) :- lt(0, M), sum(M, V, N),
20                       div(V, M, Q).
```

```

?- div(<3>, <2>, <1>)
?- lt(<0>, <2>) , sum(<2>, V1, <3>) , div(V1, <2>, <0>)      % 19
?- nat(<1>) , sum(<2>, V1, <3>) , div(V1, <2>, <0>)          % 14
?- nat(<0>) , sum(<2>, V1, <3>) , div(V1, <2>, <0>)          % 2
?- sum(<2>, V1, <3>) , div(V1, <2>, <0>).                    % 1
?-* sum(<0>, V1, <1>) , div(V1, <2>, <0>).                    % 4
{V1=<1>} ?- nat(<1>) , div(<1>, <2>, <0>).                       % 3
?- nat(<0>) , div(<1>, <2>, <0>).                               % 2
?- div(<1>, <2>, <0>).                                          % 1
?- lt(<1>, <2>).                                               % 18
?- lt(<0>, <1>).                                               % 15
?- nat(<0>).                                                    % 14
?- .                                                            % 1

```