(a,b) $\quad [a]$

$(\,)^2$ $\quad [\,]$ $\quad$ Int

Aufgabe 2 (AGS 12.2.12, 12.2.16 b, 12.2.14 b)

Gegeben seien folgende Terme über dem Rangalphabet $\Sigma = \{\sigma^{(2)}, \gamma^{(1)}, \alpha^{(0)}\}$:

$$t_1 = \sigma(\sigma(x_1, \alpha), \sigma(\gamma(x_3), x_3)) \qquad \text{und} \qquad t_2 = \sigma(\sigma(\gamma(x_2), \alpha), \sigma(x_2, x_3)) \,.$$

(a) Wenden Sie den Unifikationsalgorithmus auf die Terme t_1 und t_2 an. Wenden Sie bei jedem Umformungsschritt nur eine Regelsorte an und geben Sie diese jeweils an. Geben Sie anschließend den von Ihnen bestimmten allgemeinsten Unifikator an.

$$\left\{ \begin{pmatrix} \sigma(\sigma(x_1, \alpha), \sigma(\gamma(x_3), x_3)) \\ \sigma(\sigma(\gamma(x_2), \alpha), \sigma(x_2, x_3)) \end{pmatrix} \right\}$$

$$\overset{\text{Dek.}}{\Rightarrow} \left\{ \begin{pmatrix} \sigma(x_1, \alpha) \\ \sigma(\gamma(x_2), \alpha) \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sigma(\gamma(x_3), x_3) \\ \sigma(x_2, x_3) \end{pmatrix} \right\}$$

α ist Konstruktor (keine Variable) und wird deshalb dekomponiert!

$$\text{"}\begin{pmatrix} \alpha \\ \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha() \\ \alpha() \end{pmatrix}\text{"}$$

$$\overset{\text{2·Dek.}}{\Rightarrow} \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ \gamma(x_2) \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \alpha \\ \alpha \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \gamma(x_3) \\ x_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_3 \\ x_3 \end{pmatrix} \right\}$$

$$\overset{\text{Dek.}}{\Rightarrow} \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ \gamma(x_2) \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \gamma(x_3) \\ x_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_3 \\ x_3 \end{pmatrix} \right\}$$

$$\overset{\text{El.}}{\Rightarrow} \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ \gamma(x_2) \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \gamma(x_3) \\ x_2 \end{pmatrix} \right\}$$

$$\overset{\text{Vert.}}{\Rightarrow} \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ \gamma(x_2) \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_2 \\ \gamma(x_3) \end{pmatrix} \right\}$$

occur-check:

x_2 kommt nicht in $\gamma(x_3)$ vor ✓

$$\overset{\text{Subst.}}{\Rightarrow} \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ \gamma(\gamma(x_3)) \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_2 \\ \gamma(x_3) \end{pmatrix} \right\}$$

allg. Unifikator:

$$x_1 \mapsto \gamma(\gamma(x_3))$$
$$x_2 \mapsto \gamma(x_3)$$
$$x_3 \mapsto x_3$$

(b) Geben Sie zwei weitere Unifikatoren an.

(1)

$$x_3 \mapsto \alpha$$
$$x_2 \mapsto \gamma(\alpha)$$
$$x_1 \mapsto \gamma(\gamma(\alpha))$$

(2)

$$x_3 \mapsto \gamma(\alpha)$$
$$x_2 \mapsto \gamma(\gamma(\alpha))$$
$$x_1 \mapsto \gamma(\gamma(\gamma(\alpha)))$$

(c) Geben Sie zwei Terme t_1 und t_2 über dem Alphabet Σ an, so dass im Laufe der Anwendung des Unifikationsalgorithmus auf t_1 und t_2 der Occur-Check fehlschlägt.

$\Sigma = \{ \gamma^{(1)} \}$ $\qquad \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ \gamma(x_1) \end{pmatrix}$ $\qquad x_1$ kommt in $\gamma(x_1)$ vor

↳ Fehlschlag

würden wir jetzt substituieren:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ \gamma(x_1) \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_2 \\ \sigma(x_1, \alpha) \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x_1 \\ \gamma(x_1) \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_2 \\ \sigma(\gamma(x_1), \alpha) \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x_1 \\ \gamma(x_1) \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_2 \\ \sigma(\gamma(\gamma(x_1)), \alpha) \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow \ \ldots$ unendliche Rekursion

(d) Gegeben seien die Haskell-Typterme

$$t_1 = \texttt{(a, [a])}, \quad t_2 = \texttt{(Int, [Double])} \quad \text{und} \quad t_3 = \texttt{(b, c)}.$$

Welche Paare dieser Terme sind unifizierbar? Geben Sie ggf. einen allgemeinsten Unifikator an!

$t_1 = \cancel{\{}\, a,\ \cancel{\{} a \cancel{\}}\, \cancel{\}}$ $\qquad a \mapsto Int$ $\qquad$ ↯ nicht

$t_2 = \cancel{\{}\, Int,\ \cancel{\{} Double \cancel{\}}\, \cancel{\}}$ $\qquad a \mapsto Double$ $\qquad$ unifizierbar

$t_1 = \cancel{\{}\, a,\ [a]\, \cancel{\}}$ $\qquad a \mapsto b$ $\qquad$ ✓

$t_3 = \cancel{\{}\, b,\ c\, \cancel{\}}$ $\qquad c \mapsto [a] \mapsto [b]$

$b \mapsto b$

$t_2 = \cancel{\{}\, Int,\ [Double]\, \cancel{\}}$ $\qquad b \mapsto Int$ $\qquad$ ✓

$t_3 = \cancel{\{}\, b,\ c\, \cancel{\}}$ $\qquad c \mapsto [Double]$