

Aufgabe 2 (AGS 12.2.12, 12.2.16b, 12.2.14b)

Gegeben seien folgende Terme über dem Rangalphabet $\Sigma = \{\sigma^{(2)}, \gamma^{(1)}, \alpha^{(0)}\}$:

$$t_1 = \sigma(\sigma(x_1, \alpha), \sigma(\gamma(x_3), x_3)) \quad \text{und} \quad t_2 = \sigma(\sigma(\gamma(x_2), \alpha), \sigma(x_2, x_3)).$$

- (a) Wenden Sie den Unifikationsalgorithmus auf die Terme t_1 und t_2 an. Wenden Sie bei jedem Umformungsschritt nur eine Regelsorte an und geben Sie diese jeweils an. Geben Sie anschließend den von Ihnen bestimmten allgemeinsten Unifikator an.

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\sigma(\sigma(x_1, \alpha), \sigma(\gamma(x_3), x_3)) \right) \\ \left(\sigma(\sigma(\gamma(x_2), \alpha), \sigma(x_2, x_3)) \right) \end{array} \right\}$$

$$\text{Dek.} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \left(\sigma(x_1, \alpha) \right) \\ \left(\sigma(\gamma(x_2), \alpha) \right) \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} \left(\sigma(\gamma(x_3), x_3) \right) \\ \left(\sigma(x_2, x_3) \right) \end{array} \right\}$$

$$2. \text{ Dek.} \Rightarrow^* \left\{ \begin{array}{l} (x_1) \\ (\gamma(x_2)) \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} (\alpha) \\ (\alpha) \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} (\gamma(x_3)) \\ (x_2) \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} (x_3) \\ (x_3) \end{array} \right\} \quad \text{"} \left(\begin{array}{l} \alpha \\ \alpha \end{array} \right) = \left(\begin{array}{l} \alpha() \\ \alpha() \end{array} \right) \text{"}$$

$$\text{Dek.} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (x_1) \\ (\gamma(x_2)) \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} (\gamma(x_3)) \\ (x_2) \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} (x_3) \\ (x_3) \end{array} \right\}$$

$$\text{El.} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (x_1) \\ (\gamma(x_2)) \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} (\gamma(x_3)) \\ (x_2) \end{array} \right\}$$

$$\text{Vert.} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (x_1) \\ (\gamma(x_2)) \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} (x_2) \\ (\gamma(x_3)) \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} x \text{ kommt nicht in } t \text{ vor} \\ t \text{ kommt nicht in } \gamma(x_3) \text{ vor} \end{array}$$

$$\text{Subst.} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (x_1) \\ (\gamma(\gamma(x_3))) \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} (x_2) \\ (\gamma(x_3)) \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} \text{Variablen} \\ \text{Terme} \end{array}$$

allg. Unifikator: $x_1 \mapsto \gamma(\gamma(x_3)), \quad x_2 \mapsto \gamma(x_3), \quad x_3 \mapsto x_3$

- (b) Geben Sie zwei weitere Unifikatoren an.

- $x_3 \mapsto \alpha, \quad x_2 \mapsto \gamma(\alpha), \quad x_1 \mapsto \gamma(\gamma(\alpha))$
- $x_3 \mapsto \gamma(\alpha), \quad x_2 \mapsto \gamma(\gamma(\alpha)), \quad x_1 \mapsto \gamma(\gamma(\gamma(\alpha)))$

(c) Geben Sie zwei Terme t_1 und t_2 über dem Alphabet Σ an, so dass im Laufe der Anwendung des Unifikationsalgorithmus auf t_1 und t_2 der Occur-Check fehlschlägt.

$$\Sigma = \{ \gamma^{(1)} \}$$

$$t_1 = x_1$$

$$t_2 = \gamma(x_1)$$

$$\left\{ \left(\begin{array}{c} x_1 \\ [x_1] \end{array} \right), \left(\begin{array}{c} x_2 \\ (x_1, \text{Int}) \end{array} \right) \right\}$$

x_1 kommt in $t_2 = \gamma(x_1)$ vor
 \hookrightarrow occur-check schlägt fehl

~~"Subst."~~
 \Rightarrow $\left\{ \left(\begin{array}{c} x_1 \\ [x_1] \end{array} \right), \left(\begin{array}{c} x_2 \\ ([x_1], \text{Int}) \end{array} \right) \right\}$

\Rightarrow ... unendliche Rekursion ...

\hookrightarrow hier darf also nicht substituiert werden!

(d) Gegeben seien die Haskell-Typsterme

$$t_1 = (a, [a]), \quad t_2 = (\text{Int}, [\text{Double}]) \quad \text{und} \quad t_3 = (b, c).$$

Welche Paare dieser Terme sind unifizierbar? Geben Sie ggf. einen allgemeinsten Unifikator an!

$$t_1 = \{ a, [a] \}$$

$$t_2 = \{ \text{Int}, [\text{Double}] \}$$

$$a \mapsto \text{Int}$$

$$a \mapsto \text{Double}$$



nicht

unifizierbar

$$t_1 = \{ a, [a] \}$$

$$t_3 = \{ b, c \}$$

$$a \mapsto b$$

$$c \mapsto [a]$$

$$b \mapsto b$$

✓

$$t_2 = \{ \text{Int}, [\text{Double}] \}$$

$$t_3 = \{ b, c \}$$

$$b \mapsto \text{Int}$$

$$c \mapsto [\text{Double}]$$

✓