

ALGORITHMEN UND DATENSTRUKTUREN

ÜBUNG 9: SUCHEN & ERSETZEN

Eric Kunze

`eric.kunze@mailbox.tu-dresden.de`

TU Dresden, 08.01.2021

KMP-Algorithmus

Aufgabe 1

- ▶ Mustersuche in (großen) Texten
- ▶ Ziel: Verschiebung des Musters um mehr als eine Position bei Nichtübereinstimmung.
- ▶ Methode: Ermittlung einer Verschiebetabelle $Tab[]$ in **Phase 1**
- ▶ Bedeutung des Eintrags $Tab[i]=j$:
Bei Nichtübereinstimmung an Stelle i wird Position j des Musters an aktueller Vergleichsstelle angelegt.
- ▶ Suchprozess in **Phase 2**

j-algo: <http://j-algo.binaervarianz.de/>

KMP-ALGORITHMUS

Suche das Muster aaabaaaa im Text aaabaaabaaacaaabaaaa.

Position	0	1	2	3	4	5	6	7
Pattern	a	a	a	b	a	a	a	a
Tabelle	-1	-1	-1	2	-1	-1	-1	3

Erster Versuch:

aaabaaaa**b**aaacaaabaaaa
aaab**b**aaaa**a**

Tabelleneintrag an Position 7 ist 3, d.h. $\text{Tab}[7]=3$ — Lege Position 3 des Musters an aktueller Vergleichsposition an:

aaabaaaa**b**aaaa**c**aaabaaaa
aaab**b**aaaa**a**

Gleicher Prozess noch einmal: Mismatch an Position 7 des Musters — verschiebe Muster auf Position 3.

KMP-ALGORITHMUS (FORTSETZUNG)

Suche das Muster aaabaaaa im Text aaabaaabaaacaaabaaaa.

Position	0	1	2	3	4	5	6	7
Pattern	a	a	a	b	a	a	a	a
Tabelle	-1	-1	-1	2	-1	-1	-1	3

Wir legen das Muster also wieder an Position 3 an:

aaabaaabaaa **c**aaabaaaa
aaabaaa **b**aaaa
aaabaaa **a**aaabaaa

Tab = 0
Tab = -1

Wegen $\text{Tab}[3]=2$, lege Muster an Position 2 an:

aaabaaabaaa **c**aaabaaaa
aaabaaa **a**aaaa

Wegen $\text{Tab}[2]=-1$, lege Muster an Position -1 an:

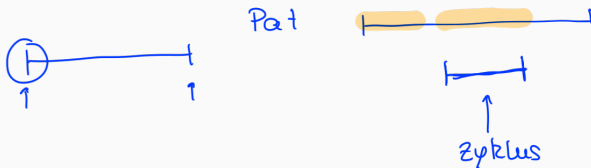
aaabaaa **a**aaabaaaa ☺
aaabaaaa

Zwei Phasen:

KMP-ALGORITHMUS — DIE ZYKLENMETHODE

Zwei Phasen:

- ▶ **1. Phase:** Markieren der längsten Teilwörter im Pattern, die mit einem Präfix übereinstimmen
 - ▷ ein Zyklus beginnt an einer Patternposition i falls $i \neq 0$ und $\text{Pat}[0] = \text{Pat}[i]$
 - ▷ ein Zyklus endet an der kleinsten Patternposition $i+m$, sodass $\text{Pat}[m+1] \neq \text{Pat}[i+m+1]$



KMP-ALGORITHMUS — DIE ZYKLENMETHODE

Zwei Phasen:

- ▶ **1. Phase:** Markieren der längsten Teilwörter im Pattern, die mit einem Präfix übereinstimmen
 - ▷ ein Zyklus beginnt an einer Patternposition i falls $i \neq 0$ und $\text{Pat}[0] = \text{Pat}[i]$
 - ▷ ein Zyklus endet an der kleinsten Patternposition $i+m$, sodass $\text{Pat}[m+1] \neq \text{Pat}[i+m+1]$
- ▶ **2. Phase:** Bestimmung der Tabelleneinträge

→ ▶ $\text{Tab}[0] = -1$

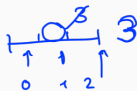
▷ Tabelleneinträge nach einem Zyklus:

Länge des längsten dort endenden Zyklus

▷ Tabelleneinträgen in einem Zyklus:

Tabelleneintrag der derzeitigen Position im längsten laufenden Zyklus

▷ verbleibende Einträge: 0



AUFGABE 1 — ZYKLENMETHODE

Teil (a)

Pattern: aabaaacaab

Position	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Pattern	a	a	b	a	a	a	c	a	a	b
Tabelle	-1	-1	1	-1	-1	2	2	-1	-1	1

Handwritten annotations for the 'Tabelle' row:

- Red bars under -1 at positions 0 and 1.
- Yellow bar under 1 at position 2.
- Red bars under -1 at positions 3 and 4.
- Green bar under 2 at position 5, with '0' and '1' written below it.
- Blue bar under 2 at position 6.
- Red bars under -1 at positions 7 and 8.
- Purple bar under 1 at position 9.
- Yellow bar with vertical end caps under position 1.
- Green bar with vertical end caps under positions 3 and 4.
- Blue bar with vertical end caps under positions 4 and 5.
- Blue bar with vertical end caps under position 6.
- Blue bar with vertical end caps under position 9.
- Blue horizontal line with vertical end caps under positions 7, 8, and 9, with '0', '1', and '2' written below it.
- Purple bar with vertical end caps under position 8.
- Blue arrow pointing up to the purple bar under position 8.

Teil (a)

Pattern: aabaaacaab

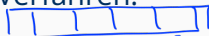
Position	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Pattern	a	a	b	a	a	a	c	a	a	b
Tabelle	-1	-1	1	-1	-1	2	2	-1	-1	1

KMP-ALGORITHMUS — DIE ZWEI-FINGER-METHODE

Die Methode beruht auf der Gleichung

$$\text{Tab}[i] = \max \{ -1 \} \cup \left\{ m \mid \begin{array}{l} 0 \leq m \leq i-1 \\ b_0 \dots b_{m-i} = b_{i-m} \dots b_{i-1} \\ b_m \neq b_j \end{array} \right\} \quad (*)$$

Daraus ergibt sich nach Initialisierung von $\text{Tab}[0] = -1$ für jeden folgenden Eintrag $\text{Tab}[i]$ folgendes Verfahren:



- ≠ ▶ *linker Finger*: wähle $m < i$ in absteigender Reihenfolge (also $i-1, i-2, \dots$), sodass $\text{Pat}[i] \neq \text{Pat}[m]$
- = ▶ *Parallelverschiebung beider Finger bis zum linken Rand*: wenn $\text{Pat}[0 \dots m-1] = \text{Pat}[i-m \dots i-1]$, dann fülle $\text{Tab}[i] = m$
- ▶ wenn keine passende Position m gefunden werden kann, dann fülle $\text{Tab}[i] = -1$.

AUFGABE 1 — ZWEI-FINGER-METHODE

Teil (a)

Pattern: aabaaacaab

Position	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Pattern	a	a	b	a	a	a	c	a	a	b
Tabelle	-1	-1	1	-1	-1	2	2	-1	-1	1


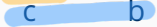



Teil (a)


Pattern: aabaaacaab


Position	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Pattern	a	a	b	a	a	a	c	a	a	b
Tabelle	-1	-1	1	-1	-1	2	2	-1	-1	1

AUFGABE 1 — TEIL (B)

Teil (b)

Position	0	1	2	3	4	5
Pattern	  c b		 c	 c b		a
Tabelle	-1	0	-1	 1	0	<u>2</u>





Teil (b)

Position	0	1	2	3	4	5
Pattern	c	b	c	c	b	a
Tabelle	-1	0	-1	1	0	2

- ▶ $\text{Pat}[0 \dots 1] = \text{Pat}[3 \dots 4]$ wegen $\text{Tab}[5] = 2$ (Zyklusmethode), d.h. $\text{Pat}[3] = \text{Pat}[0] = c$ und $\text{Pat}[4] = \text{Pat}[1] = b$
- ▶ wegen $\text{Tab}[3] = 1$ ist $\text{Pat}[2] = \text{Pat}[0] = c$ (Zyklusmethode)
- ▶ **oder:** wegen $\text{Tab}[3] = 1$ ist $\text{Pat}[1] \neq \text{Pat}[3]$ und $\text{Pat}[2] = \text{Pat}[0] = c$ (Parallelverschiebung in der Zwei-Finger-Methode bzw. Gleichung (*))

Levenshtein-Distanz

Aufgabe 2

LEVENSHTEIN-DISTANZ

Kosten zur Überführung eines Wortes $w = w_1 \dots w_n$ in ein Wort $v = v_1 \dots v_k$; schreibe $d(w_1 \dots w_j, v_1 \dots v_i) = d(j, i)$.

LEVENSHTEIN-DISTANZ

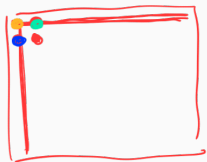
Kosten zur Überführung eines Wortes $w = w_1 \dots w_n$ in ein Wort $v = v_1 \dots v_k$; schreibe $d(w_1 \dots w_j, v_1 \dots v_i) = d(j, i)$.

$d(0, i) = i \rightarrow$ Einträge in der 0-ten Zeile

$d(j, 0) = j \rightarrow$ ————— Spalte

$$\rightarrow d(j, i) = \min \{ \underline{d(j, i-1) + 1}, \underline{d(j-1, i) + 1}, \underline{d(j-1, i-1) + \delta_{j,i}} \}$$

für alle $1 \leq j \leq n$ und alle $1 \leq i \leq k$ wobei



$$\delta_{j,i} = \begin{cases} 1 & \text{wenn } w_j \neq v_i \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

LEVENSHTEIN-DISTANZ

Kosten zur Überführung eines Wortes $w = w_1 \dots w_n$ in ein Wort $v = v_1 \dots v_k$; schreibe $d(w_1 \dots w_j, v_1 \dots v_i) = d(j, i)$.

$$d(0, i) = i$$

$$d(j, 0) = j$$

$$d(j, i) = \underline{\min} \{d(j, i-1) + 1, d(j-1, i) + 1, d(j-1, i-1) + \delta_{j,i}\}$$

für alle $1 \leq j \leq n$ und alle $1 \leq i \leq k$ wobei

$$\delta_{j,i} = \begin{cases} 1 & \text{wenn } \underline{w_j \neq v_i} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Anschaulich: Überlagerung durch Pattern \rightarrow Pfeile zeigen "Ursprung" des Minimums an

$w_j \neq v_i$:

<u>+1</u>	+1
+1	<u>?</u>

$w_j = v_i$:

<u>+0</u>	+1
+1	?

AUFGABE 2

Teil (a)

$d(j,i)$	b	e	i	s	p	i	e	l	e
	0	1	2	3	4	5	6	7	8
e	1	1	1	2	3	4	5	6	7
s	2	2	2	2	3	4	5	6	7
p	3	3	3	3	2	3	4	5	6
e	4	4	3	4	3	3	3	4	5
n	5	5	4	4	4	4	4	4	5

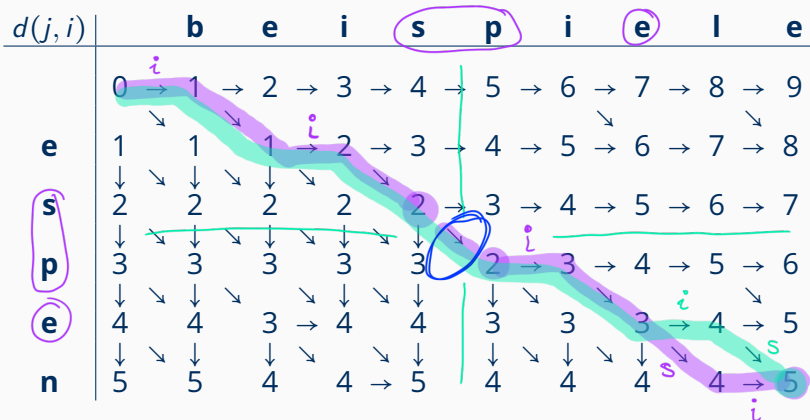
$$d(\text{espen}, \text{beispiele}) = 5$$

Teil (a) $d(\text{espen, beispiele}) = 5$

$d(j, i)$		b	e	i	s	p	i	e	l	e
	0	→ 1	→ 2	→ 3	→ 4	→ 5	→ 6	→ 7	→ 8	→ 9
e	1	↘ 1	↘ 1	→ 2	→ 3	→ 4	→ 5	↘ 6	→ 7	↘ 8
s	2	↘ 2	↘ 2	↘ 2	↘ 2	↘ 3	→ 4	→ 5	→ 6	→ 7
p	3	↘ 3	↘ 3	↘ 3	↘ 3	↘ 2	→ 3	→ 4	→ 5	→ 6
e	4	↘ 4	↘ 3	↘ 4	↘ 4	↘ 3	↘ 3	↘ 3	↘ 4	→ 5
n	5	↘ 5	↘ 4	↘ 4	↘ 5	↘ 4	↘ 4	↘ 4	↘ 4	→ 5

$d(\text{espe, beispiel}) = 4$
 $d(\text{es, beisp}) = 3$

Teil (a) $d(\text{espen, beispiele}) = 5$



Teil (b) $d(\text{espe, beispiel}) = 4$

AUFGABE 2

Teil (c) Alignments mit minimaler Levenshtein-Distanz:

* e * S P * e n *
| | | | | | | | |
b e i S P i e l e
i i i s i → 5 Op.

Teil (d) 2 Alignment = 2 Backtrace

Teil (c) Alignments mit minimaler Levenshtein-Distanz:

												<u>Deletion</u>
Ausgangs-	*	e	*	s	p	*	e	*	n			e
word												
Zielwort	b	e	i	s	p	i	e	l	e			*
Operation	i		i			i		i	s			d
	*	e	*	s	p	*	e	n	*			
	b	e	i	s	p	i	e	l	e			
	i		i			i		s	i			

Teil (d) 2 Alignments = 2 Backtraces

**Weitere Aufgaben aus der
Aufgabensammlung
*mit Lösungen***

AUFGABE 7.1.13 (AGS)

- (a) Bestimmen Sie die mit Hilfe des KMP-Algorithmus berechnete Verschiebetabelle für das Pattern `abbabbaa`.
- (b) Mit Hilfe des KMP-Algorithmus ist unten stehende Verschiebetabelle berechnet worden. Die mit einem „?“ markierten Einträge sind unbekannt. Vervollständigen Sie das aus den Symbolen `a`, `b` und `c` bestehende Pattern.

Position	0	1	2	3	4	5
Pattern	<i>b</i>					<i>c</i>
Tabelle	-1	?	?	0	?	3

AUFGABE 7.1.13 (AGS)

Teil (a)

Pattern: abbabbaa

Position	0	1	2	3	4	5	6	7
Pattern	a	b	b	a	b	b	a	a
Tabelle								

Teil (a) Pattern: abbabbaa

Position	0	1	2	3	4	5	6	7
Pattern	a	b	b	a	b	b	a	a
Tabelle	-1	0	0	-1	0	0	-1	4

Teil (b)

Position	0	1	2	3	4	5
Pattern	<i>b</i>					<i>c</i>
Tabelle	-1	?	?	0	?	3

Teil (a) Pattern: abbabbaa

Position	0	1	2	3	4	5	6	7
Pattern	a	b	b	a	b	b	a	a
Tabelle	-1	0	0	-1	0	0	-1	4

Teil (b)

Position	0	1	2	3	4	5
Pattern	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
Tabelle	-1	?	?	0	?	3

- ▶ $\text{Pat}[0 \dots 2] = \text{Pat}[2 \dots 4]$ wegen $\text{Tab}[5] = 3$ (Zyklusmethode), d.h. $\text{Pat}[2] = \text{Pat}[0] = \text{Pat}[4] = b$
- ▶ wegen $\text{Tab}[3] = 0$ ist $\text{Pat}[3] \neq \text{Pat}[0] = b$ und wegen $\text{Tab}[5] = 3$ ist $\text{Pat}[3] \neq \text{Pat}[5] = c$ (Zwei-Finger-Methode bzw. Gleichung (*))
 $\Rightarrow \text{Pat}[3] = \text{Pat}[1] = a$

AUFGABE 7.2.1 (AGS)

Gegeben seien die Wörter $w = \text{Dinstas}$ und $v = \text{Distanz}$.

- (a) Berechnen Sie die Levenshtein-Distanz $d(w, v)$ zwischen w und v . Geben Sie die Berechnungsmatrix vollständig an.
- (b) Geben Sie alle Alignments mit minimaler Levenshtein-Distanz zwischen w und v an.

AUFGABE 7.2.1 (AGS)

$d(j, i)$	D	i	s	t	a	n	z
D							
i							
n							
s							
t							
a							
s							

$d(j, i)$		D	i	s	t	a	n	z
	0	→ 1	→ 2	→ 3	→ 4	→ 5	→ 6	→ 7
D	↓ 1	↘ 0	→ 1	→ 2	→ 3	→ 4	→ 5	→ 6
i	↓ 2	↓ 1	↘ 0	→ 1	→ 2	→ 3	→ 4	→ 5
n	↓ 3	↓ 2	↓ 1	↘ 1	↘ 2	↘ 3	↘ 3	→ 4
s	↓ 4	↓ 3	↓ 2	↘ 1	↘ 2	↘ 3	↘ 4	↘ 4
t	↓ 5	↓ 4	↓ 3	↓ 2	↘ 1	→ 2	→ 3	→ 4
a	↓ 6	↓ 5	↓ 4	↓ 3	↓ 2	↘ 1	→ 2	→ 3
s	↓ 7	↓ 6	↓ 5	↘ 4	↓ 3	↓ 2	↘ 2	↘ 3

$$d(\text{Dinstas}, \text{Distanz}) = 3$$

$d(j, i)$		D	i	s	t	a	n	z
	0	→ 1	→ 2	→ 3	→ 4	→ 5	→ 6	→ 7
D	↓ 1	↘ 0	→ 1	→ 2	→ 3	→ 4	→ 5	→ 6
i	↓ 2	↓ 1	↘ 0	→ 1	→ 2	→ 3	→ 4	→ 5
n	↓ 3	↓ 2	↓ 1	↘ 1	↘ 2	↘ 3	↘ 3	→ 4
s	↓ 4	↓ 3	↓ 2	↘ 1	↘ 2	↘ 3	↘ 4	↘ 4
t	↓ 5	↓ 4	↓ 3	↓ 2	↘ 1	→ 2	→ 3	→ 4
a	↓ 6	↓ 5	↓ 4	↓ 3	↓ 2	↘ 1	↘ 2	→ 3
s	↓ 7	↓ 6	↘ 5	↓ 4	↓ 3	↓ 2	↘ 2	↘ 3

$$d(\text{Dinstas}, \text{Distanz}) = 3$$

$d(j, i)$		D	i	s	t	a	n	z
	0	→ 1	→ 2	→ 3	→ 4	→ 5	→ 6	→ 7
D	↓ 1	↘ 0	→ 1	→ 2	→ 3	→ 4	→ 5	→ 6
i	↓ 2	↓ 1	↘ 0	→ 1	→ 2	→ 3	→ 4	→ 5
n	↓ 3	↓ 2	↓ 1	↘ 1	↘ 2	↘ 3	↘ 3	→ 4
s	↓ 4	↓ 3	↓ 2	↘ 1	↘ 2	↘ 3	↘ 4	↘ 4
t	↓ 5	↓ 4	↓ 3	↓ 2	↘ 1	→ 2	→ 3	→ 4
a	↓ 6	↓ 5	↓ 4	↓ 3	↓ 2	↘ 1	→ 2	→ 3
s	↓ 7	↓ 6	↓ 5	↘ 4	↓ 3	↓ 2	↘ 2	↘ 3

$$d(\text{Dinstas}, \text{Distanz}) = 3$$

AUFGABE 7.2.1 (AGS)

Alignments mit minimaler Levenshtein-Distanz:

Alignments mit minimaler Levenshtein-Distanz:

D	i	n	s	t	a	*	s
D	i	*	s	t	a	n	z
		<i>d</i>				<i>i</i>	<i>s</i>

D	i	n	s	t	a	s	*
D	i	*	s	t	a	n	z
		<i>d</i>				<i>s</i>	<i>i</i>

AUFGABE 7.2.2 (AGS)

- (a) Berechnen Sie die Levenshtein-Distanz $d(\text{bürste}, \text{schürze})$. Geben Sie die Berechnungsmatrix vollständig an. Wieviele Backtraces enthält die Berechnungsmatrix?
- (b) Geben Sie zwei Alignments mit minimaler Levenshtein-Distanz zwischen den Wörtern `bürst` und `sch an`.

AUFGABE 7.2.2 (AGS) — TEIL (A)

$d(j, i)$	s	c	h	ü	r	z	e
b							
ü							
r							
s							
t							
e							

$d(j,i)$		s	c	h	ü	r	z	e
	0	→ 1	→ 2	→ 3	→ 4	→ 5	→ 6	→ 7
b	↓ ↘	↓ ↘	↓ ↘	↓ ↘	↓ ↘	↓ ↘	↓ ↘	↓ ↘
	1	→ 1	→ 2	→ 3	→ 4	→ 5	→ 6	→ 7
ü	↓ ↘	↓ ↘	↓ ↘	↓ ↘	↓ ↘	↓ ↘	↓ ↘	↓ ↘
	2	→ 2	→ 2	→ 3	→ 3	→ 4	→ 5	→ 6
r	↓ ↘	↓ ↘	↓ ↘	↓ ↘	↓ ↘	↓ ↘	↓ ↘	↓ ↘
	3	→ 3	→ 3	→ 3	→ 4	→ 3	→ 4	→ 5
s	↓ ↘	↓ ↘	↓ ↘	↓ ↘	↓ ↘	↓ ↘	↓ ↘	↓ ↘
	4	→ 3	→ 4	→ 4	→ 4	→ 4	→ 4	→ 5
t	↓ ↘	↓ ↘	↓ ↘	↓ ↘	↓ ↘	↓ ↘	↓ ↘	↓ ↘
	5	→ 4	→ 4	→ 5	→ 5	→ 5	→ 5	→ 5
e	↓ ↘	↓ ↘	↓ ↘	↓ ↘	↓ ↘	↓ ↘	↓ ↘	↓ ↘
	6	→ 5	→ 5	→ 5	→ 6	→ 6	→ 6	→ 5

$$d(\text{bürste}, \text{schürze}) = 5$$

$d(j,i)$		s	c	h	ü	r	z	e
	0	→ 1	→ 2	→ 3	→ 4	→ 5	→ 6	→ 7
b	↓ ↘	↓ ↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘
	1	→ 1	→ 2	→ 3	→ 4	→ 5	→ 6	→ 7
ü	↓ ↘	↓ ↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘
	2	→ 2	→ 2	→ 3	→ 3	→ 4	→ 5	→ 6
r	↓ ↘	↓ ↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘
	3	→ 3	→ 3	→ 3	→ 4	→ 3	→ 4	→ 5
s	↓ ↘	↓ ↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘
	4	→ 3	→ 4	→ 4	→ 4	→ 4	→ 4	→ 5
t	↓ ↘	↓ ↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘
	5	→ 4	→ 4	→ 5	→ 5	→ 5	→ 5	→ 5
e	↓ ↘	↓ ↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘
	6	→ 5	→ 5	→ 5	→ 6	→ 6	→ 6	→ 5

$$d(\text{bürste}, \text{schürze}) = 5$$

$d(j,i)$		s	c	h	ü	r	z	e
	0	→ 1	→ 2	→ 3	→ 4	→ 5	→ 6	→ 7
b	↓	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘
	1	1	→ 2	→ 3	→ 4	→ 5	→ 6	→ 7
ü	↓	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘
	2	2	2	→ 3	3	→ 4	→ 5	→ 6
r	↓	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘
	3	3	3	3	→ 4	3	→ 4	→ 5
s	↓	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘
	4	3	→ 4	4	4	4	4	→ 5
t	↓	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘
	5	4	4	→ 5	5	5	5	5
e	↓	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘
	6	5	5	5	→ 6	6	6	5

$$d(\text{bürste}, \text{schürze}) = 5$$

$d(j,i)$		s	c	h	ü	r	z	e
	0	→ 1	→ 2	→ 3	→ 4	→ 5	→ 6	→ 7
b	↓	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘
	1	1	→ 2	→ 3	→ 4	→ 5	→ 6	→ 7
ü	↓	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘
	2	2	2	→ 3	3	→ 4	→ 5	→ 6
r	↓	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘
	3	3	3	3	→ 4	3	→ 4	→ 5
s	↓	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘
	4	3	→ 4	4	4	4	4	→ 5
t	↓	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘
	5	4	4	→ 5	5	5	5	5
e	↓	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘
	6	5	5	5	→ 6	6	6	5

$$d(\text{bürste}, \text{schürze}) = 5$$

$$\text{Anzahl der Backtraces} = 3 \times 2 = 6$$

AUFGABE 7.2.2 (AGS) — TEIL (B)

Alignments mit minimaler Levenshtein-Distanz zwischen den Wörtern `bürst` und `sch`

Alignments mit minimaler Levenshtein-Distanz zwischen den Wörtern `bürst` und `sch`

$d(j, i)$		s	c	h
	0	→ 1	→ 2	→ 3
b	↓ 1	↘ 1	↘ 2	↘ 3
ü	↓ 2	↘ 2	↘ 2	↘ 3
r	↓ 3	↘ 3	↘ 3	↘ 3
s	↓ 4	↘ 3	↘ 4	↘ 4
t	↓ 5	↘ 4	↘ 4	↘ 5

AUFGABE 7.2.2 (AGS) — TEIL (B)

Alignments mit minimaler Levenshtein-Distanz zwischen den Wörtern `bürst` und `sch`

Alignments mit minimaler Levenshtein-Distanz zwischen den Wörtern *bürst* und *sch*

b	ü	r	s	t	b	ü	r	s	t
s	c	h	*	*	*	*	s	c	h
s	s	s	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>d</i>	s	s	s