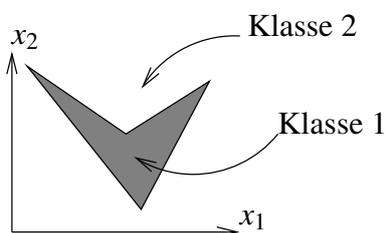


MUSTERERKENNUNG, 6. SEMINAR – NEURONALE NETZE

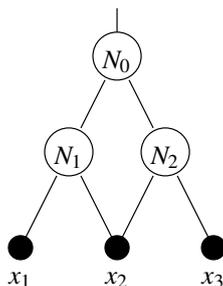
Aufgabe 1. Ein Feed-Forward Netz erhält als Input zwei reellwertige Signale x_1 und x_2 . Dieses Netz soll alle diejenigen Muster der ersten Klasse zuordnen, die innerhalb des unten skizzierten Gebietes im \mathbb{R}^2 liegen. Alle anderen Muster sind der zweiten Klasse zuzuordnen.



Wieviel Schichten werden benötigt um einen solchen Klassifikator mit binären Schwellwertneuronen zu realisieren? Wie ist das Netz zu organisieren (d.h. wie sind die Neuronen in diesem Netz mit einander verbunden, welche Funktionen realisieren sie, welche Bedeutungen haben die Schichten des Netzes etc.)?

Aufgabe 2.

a) Für binäre Muster (x_1, x_2, x_3) , $x_i \in \{0, 1\}$ soll ein Klassifikator realisiert werden, der die Muster $(0, 0, 0)$, $(0, 0, 1)$, $(0, 1, 1)$, $(1, 1, 1)$ der ersten Klasse – und alle anderen Muster der zweiten Klasse zuordnet. Dafür soll das abgebildete zweischichtige Feed-Forward Netz verwendet werden.



Wie muss man die Gewichte und Schwellen der 3 Neuronen wählen, damit das Netz den geforderten Klassifikator realisiert?

b) Verallgemeinern Sie die Aufgabe für den Fall, dass der Klassifikator für binäre Muster (x_1, x_2, \dots, x_n) , $x_i \in \{0, 1\}$ realisiert werden soll. Zu der ersten Klasse gehören die Muster, für die $x_{i+1} \geq x_i$ für alle i gilt. Der zweiten Klasse werden alle anderen Muster zugeordnet.

Aufgabe 3. Die Menge aller 3-Tupel (x_1, x_2, x_3) von reellen Zahlen $x_i \in \mathbb{R}$ soll wie folgt auf die Menge der 3-Tupel (y_1, y_2, y_3) von binären Zahlen $y_i \in \{0, 1\}$ abgebildet werden:

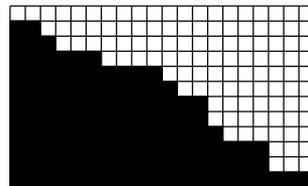
$$y_i = \begin{cases} 1 & \text{falls } x_i = \max_j x_j \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Das heißt, dass das i -te Bit y_i genau dann gesetzt wird, wenn der i -te Inputwert x_i das Maximum aller 3 Werte ist. Realisieren Sie diese Abbildung durch ein Feed-Forward Netz aus binären Schwellwertneuronen. Geben Sie die Struktur des Netzes und geeignete Gewichte und Schwellwerte für die Neuronen an.

Hinweis: Betrachten Sie zunächst das einfachere Problem mit 2-Tupeln.

Aufgabe 4. Konstruieren Sie ein Hopfield-Netz, das die folgende Bildklasse modelliert. Die Bilder sind schwarzweiß und bestehen aus *einzelnen* schwarzen Pixeln auf dem weißen Hintergrund. Die Anzahl der schwarzen Pixel ist dabei beliebig. Verwenden Sie ein Neuron pro Pixel so dass das Feuern des Neurons einem schwarzen Pixel entspricht. Wie sind die Gewichte und Schwellwerte des Netzes zu wählen, damit nur die wie oben beschriebenen Bilder Netzkonfigurationen maximaler Energie entsprechen?

Aufgabe 5. Man konstruiere ein Hopfield-Netz, das die folgende Bildklasse modelliert. Die Bilder sind schwarzweiß. Die Grenze zwischen dem schwarzen bzw. dem weißen Gebiet (die Gebiete können jeweils leer sein) ist dabei eine monoton fallende Kurve. Ein Beispiel eines solchen Bildes ist in der Abbildung unten dargestellt.



Das Netz zur Modellierung dieser Klasse soll folgende Eigenschaften haben. Die Neuronen sind zu je zwei in Spalten zusammengefasst (d.h. zwei Neuronen pro Pixel) und entsprechen den Pixelwerten schwarz/weiß. Gewichte verbinden Neuronen einer Spalte als auch Neuronen benachbarter Spalten.

a) Wie ist das intrakolumnare Gewicht zu wählen, damit pro Spalte genau ein Neuron aktiv ist?

b) Wie sind die Gewichte zwischen den Spalten und die Schwellwerte zu wählen, damit alle Bilder aus der oben beschriebenen Klasse Netzkonfigurationen maximaler Energie entsprechen (alle anderen Bilder entsprechen Netzkonfigurationen mit kleineren Werten der Energie)?

