Strukturelle Modelle in der Bildverarbeitung
MinSum Probleme – „Suchtechniken“

D. Schlesinger – TUD/INF/KI/IS

- Iterated Conditional Modes
- α-expansion, $\alpha\beta$-swap

Iterated Conditional Modes

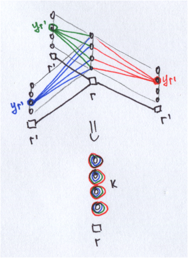
MinSum Problem:

$$y^* = \arg\min_y \left[\sum_r q_r(y_r) + \sum_{rr'} g_{rr'}(y_r, y_{r'}) \right]$$

Die Idee: wähle (lokal) immer wieder das energetisch günstigste Label bei fixiertem Rest [Besag, 1986].

Wiederhole oft für alle r:

$$y_r = \arg\min_k \left[q_r(k) + \sum_{r':rr' \in E} g_{rr'}(k, y_{r'}) \right]$$



+ Extrem einfach, parallelisierbar.

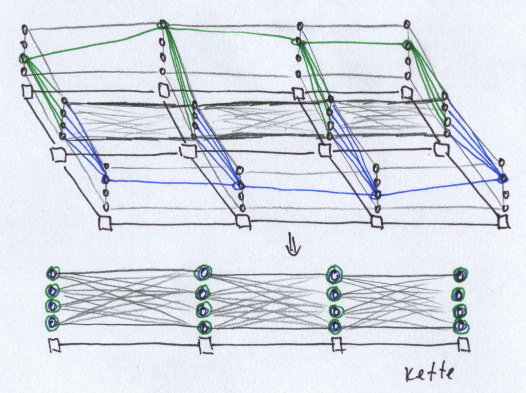
– „Koordinatenweise“ Optimierung

  → konvergiert nicht zum globalen Optimum selbst bei einfachen Modellen.

  Die Anzahl der Iterationen ist schwierig abzuschätzen.

Erweiterung: fixiere nicht alle Variablen bis auf eine, sondern nur eine Teilmenge so, das der Rest einfach optimierbar ist (zum Beispiel eine Kette oder ein Baum).

Für Bilder – Zeilenweise/Spaltenweise Optimierung.

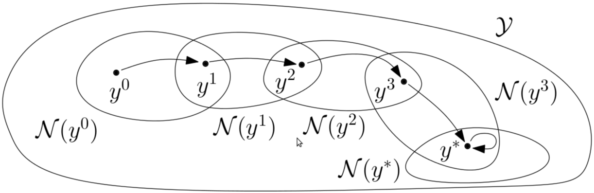


→ durch Dynamische Programmierung exakt und effizient lösbar.

Für jedes Labelling gibt es eine „Umgebung“ – eine Teilmenge der Labellings so, dass

a) die Teilmenge ist konstruktiv beschreibbar
b) das aktuelle Labelling zu dieser Teilmenge gehört
c) das optimale Labelling in der Teilmenge einfach gefunden werden kann

Der Algorithmus besteht in der iterativen Such nach dem besten Labelling in der Umgebung des aktuellen – konvergiert zum lokalen Optimum



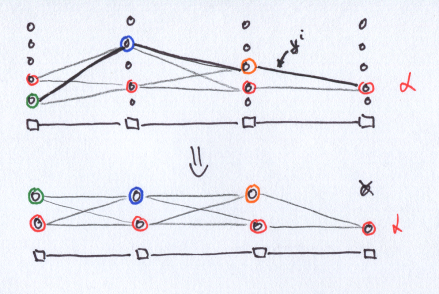
Beispiel: ICM – die Umgebung eines Labellings sind diejenigen, die sich vom aktuellen nur durch das Label in einem Knoten unterscheiden.

Anwendungsbeispiel: Stereo – y^0 ist das Ergebnis des Block Matching,
weiter (z.B.) – zeilen-/spaltenweise Dynamische Optimierung, solange sich etwas ändert.

α-expansion

Die Umgebung eines Labellings – in **allen** Knoten wird die **Labelmenge eingeschränkt**. [Boykov et al., 2001]

α-expansion:
ein Label α wird betrachtet,
in jedem Knoten werden maximal zwei Label betrachtet – das aktuelle Label und α



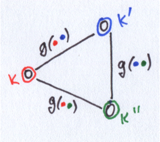
somit entsteht ein **binäres MinSum Problem**
– unter Umständen durch MinCut exakt und effizient lösbar

Dies wird iterativ für alle α-s oft wiederholt (bis sich nichts mehr ändert).

Wann sind die entstehenden binären MinSum Probleme exakt lösbar?

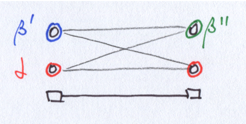
Auf jeden Fall (hinreichend) wenn die paarweisen Funktionen $g(k,k')$ **Metriken** sind, d.h.

a) $g(k,k) = 0$
b) $g(k,k') = g(k',k) \geq 0$
c) $g(k,k') \leq g(k,k'') + g(k'',k')$



Dann sind die entstehenden binären MinSum Probleme **submodular**:

$$g(\alpha,\alpha)+g(\beta',\beta'') = 0+g(\beta',\beta'') \leq g(\beta',\alpha)+g(\alpha,\beta'')$$



(Eigentlich braucht man keine Symmetrie $g(k,k') = g(k',k)$)

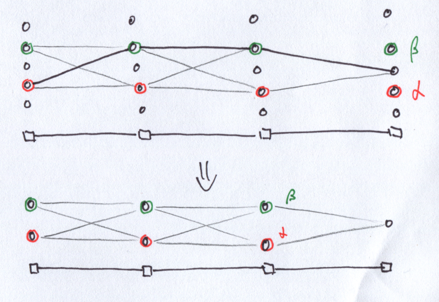
Ein Spezialfall – Potts Modell $g(k,k') = \mathbb{1}(k \neq k')$

$\alpha\beta$-swap

ein Labelpaar α, β wird betrachtet, in jedem Knoten

- ist der aktuelle Label α oder β, so sind sowohl α als auch β erlaubt,
- ist der aktuelle Label kein von den beiden, so bleibt nur er erlaubt.

$\rightarrow$ in jedem Knoten darf der Label von α zu β wechseln und umgekehrt.



somit entsteht wieder ein **binäres MinSum Problem**
– durch MinCut lösbar, wenn $g(k, k) = 0$ und $g(k, k' \neq k) \geq 0$ (**Semimetrik**)

Dies wird iterativ für alle Paare α und β oft wiederholt (bis sich nichts mehr ändert).