

## MUSTERERKENNUNG, 2. SEMINAR – FISHER KLASSIFIKATOR, FEED-FORWARD NETZE

**Aufgabe 1.** Man betrachte einen „Fisher Klassifikator mit Radial Basis Funktionen“, der die folgende Abbildung  $\mathbb{R}^n \rightarrow \{1 \dots K\}$  realisiert:

$$y = \arg \min_k (\|x - \mu_k\|^2 - r_k^2), \quad (1)$$

mit den klassenspezifischen Zentren  $\mu_k \in \mathbb{R}^n$  und Radien  $r_k \in \mathbb{R}$ .

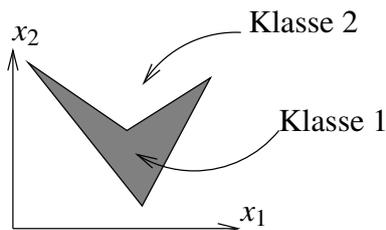
**a)** Transformieren Sie den Input-Raum  $\mathcal{X}$  derart, dass diese Entscheidungsregel in dem modifizierten Raum  $\tilde{\mathcal{X}}$  einem „gewöhnlichen“ Fisher Klassifikator entspricht, d.h.

$$y = \arg \min_k \langle \tilde{x}, w_k \rangle. \quad (2)$$

Wie ergeben sich die Vektoren  $w_k$  aus den bekannten Parametern  $\mu_k$  und  $r_k$  des ursprünglichen Klassifikators?

**b)** Zum Anlernen der Entscheidungsregel (2) wird der Perceptron Algorithmus verwendet. Somit ergeben sich die Vektoren  $w_k$  im modifizierten Raum  $\tilde{\mathcal{X}}$ . Wie ergeben sich daraus die Parameter  $\mu_k$  und  $r_k$  der ursprünglichen Entscheidungsregel (1)?

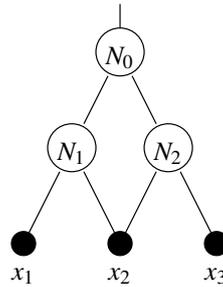
**Aufgabe 2.** Ein Feed-Forward Netz erhält als Inputs zwei reellwertige Signale  $x_1$  und  $x_2$ . Dieses Netz soll alle diejenigen Muster der ersten Klasse zuordnen, die innerhalb des unten skizzierten Gebietes im  $\mathbb{R}^2$  liegen. Alle anderen Muster sind der zweiten Klasse zuzuordnen.



Wieviel Schichten werden benötigt um einen solchen Klassifikator mit binären Schwellwertneuronen zu realisieren? Wie ist das Netz zu organisieren (d.h. wie sind die Neuronen in diesem Netz mit einander verbunden, welche Funktionen realisieren sie, welche Bedeutungen haben die Schichten des Netzes etc.)?

### Aufgabe 3.

a) Für binäre Muster  $(x_1, x_2, x_3)$ ,  $x_i \in \{0, 1\}$  soll ein Klassifikator realisiert werden, der die Muster  $(0, 0, 0)$ ,  $(0, 0, 1)$ ,  $(0, 1, 1)$ ,  $(1, 1, 1)$  der ersten Klasse – und alle anderen Muster der zweiten Klasse zuordnet. Dafür soll das abgebildete zweischichtige Feed-Forward Netz verwendet werden.



Wie muss man die Gewichte und Schwellen der 3 Neuronen wählen, damit das Netz den geforderten Klassifikator realisiert?

b) Verallgemeinern Sie die Aufgabe für den Fall, dass der Klassifikator für binäre Muster  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $x_i \in \{0, 1\}$  realisiert werden soll. Zu der ersten Klasse gehören die Muster, für die  $x_{i+1} \geq x_i$  für alle  $i$  gilt. Der zweiten Klasse werden alle anderen Muster zugeordnet.

**Aufgabe 4.** Die Menge aller 3-Tupel  $(x_1, x_2, x_3)$  von reellen Zahlen  $x_i \in \mathbb{R}$  soll wie folgt auf die Menge der 3-Tupel  $(y_1, y_2, y_3)$  von binären Zahlen  $y_i \in \{0, 1\}$  abgebildet werden:

$$y_i = \begin{cases} 1 & \text{falls } x_i = \max_j x_j \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Das heißt, dass das  $i$ -te Bit  $y_i$  genau dann gesetzt wird, wenn der  $i$ -te Inputwert  $x_i$  das Maximum aller 3 Werte ist. Realisieren Sie diese Abbildung durch ein Feed Forward Netz aus binären Schwellwertneuronen. Geben Sie die Struktur des Netzes und geeignete Gewichte und Schwellwerte für die Neuronen an.

*Hinweis:* Betrachten Sie zunächst das einfachere Problem mit 2-Tupeln.