MUSTERERKENNUNG, 8. SEMINAR – DISKRIMINATIVES LERNEN

Aufgabe 1. Die Merkmale eines Objektes, welches sich in zwei Zuständen $k = 1,2$ befinden kann, sind Vektoren $x = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung ist

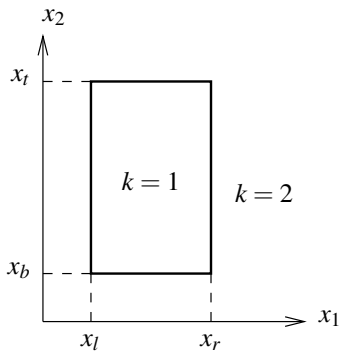
$$p(k=1) = p(k=2),$$
$$p(x|k=1) = C \cdot \exp\left[-\frac{(x_1-\mu_1)^2}{\sigma^2}\right],$$
$$p(x|k=2) = C \cdot \exp\left[-\frac{(x_2-\mu_2)^2}{\sigma^2}\right],$$

mit den Parametern $\mu = (\mu_1, \mu_2) \in \mathbb{R}^2$ und $\sigma \in \mathbb{R}$.

a) Wie sieht die Klasse der Entscheidungsregeln für dieses Wahrscheinlichkeitsmodell aus?

b) Seien die Parameter μ_1 und μ_2 unbekannt. Gegeben sei eine Lernstichprobe $L = \left((x^1,k^1)\ldots(x^l,k^l)\right)$. Finden Sie die unbekannten Parameter nach dem Maximum Likelihood Prinzip.

c) Finden Sie die Entscheidungsregel, die die Anzahl der Fehlklassifikationen (das Empirische Risiko mit $C(k,k') = \mathbb{I}(k \neq k')$) auf der Lernstichprobe minimiert. Formulieren Sie dafür einen möglichst effizienten Algorithmus.

Aufgabe 2. Bestimmen Sie die Vapnik-Chervonenkis Dimension für die Entscheidungsregel, die im zweidimensionalen Raum ein achsenparalleles Rechteck bildet.

$$e(x) = \begin{cases} 1 & \text{wenn } x_l \leq x_1 \leq x_r \text{ und } x_b \leq x_2 \leq x_t \\ 2 & \text{sonst} \end{cases}$$