MUSTERERKENNUNG, 3. SEMINAR – CLUSTERUNG

Aufgabe 1. Man betrachte eine K-Means Clusterung der Muster $x \in \mathbb{R}^n$ auf $|K|$ Klassen mit den Clusterzentren μ^k. Der entsprechende Klassifikator $e : \mathbb{R}^n \to K$ ordnet jedem Muster x eine Klasse $k = e(x)$ entsprechend der folgenden Regel zu:

$$e(x) = \arg\min_k \|x - \mu^k\|^2$$

a) Man betrachte die Partitionierung des Input-Raumes auf Gebiete X^k, die unterschiedlichen Klassen entsprechen, d.h.

$$X^k = \{x : e(x) = k\} \quad \forall k.$$

Zeigen Sie, dass diese Gebiete konvexe Polyeder im $\mathbb{R}^n$ sind.

b) Zeigen Sie, wie man für einen gegebenen K-Means Klassifikator (d.h. die Lagen der Zentren μ^k) den äquivalenten Fisher-Klassifikator konstruieren kann. Wie ergeben sich die klassenspezifische Gewichtsvektoren w^k des Fisher-Klassifikators aus den bekannten Clusterzentren μ^k?

Aufgabe 2. Zeigen Sie, dass die Clusterungsaufgabe

$$\sum_k \sum_{ij \in I_k} d(i,j) \to \min_C$$

(siehe Vorlesung) der Aufgabe

$$\sum_{ij: C(i) \neq C(j)} d(i,j) \to \max_C$$

äquivalent ist. Mit anderen Worten, statt die Summe der Abstände innerhalb der Clusters zu minimieren wird die Summe der Abstände zwischen den Clustern maximiert.