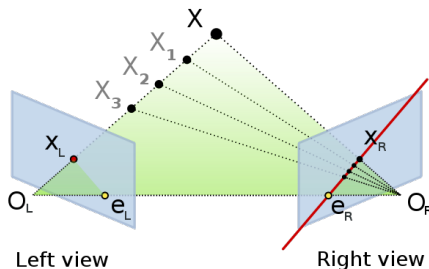


Bildverarbeitung: Epipolargeometrie



Essential Matrix: $E = [t]_{\times} R$

Fundamentalmatrix: $F = K_l^{-1} E K_r^{-1}$ mit den **Kameramatrizen** K_l und K_r

Für eine gegebene Konfiguration der Kameras **gibt es** eine Matrix F so, dass:

$$x_l^T F x_r = \begin{bmatrix} x_{l1} & x_{l2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{r1} \\ x_{r2} \\ 1 \end{bmatrix} = 0$$

für alle Paare (x_l, x_r) der korrespondierenden Punkte gilt.

Gesamtaufgabe wird oft in zwei Teilaufgaben zerlegt:

1. gegeben sei ein Bildpaar,
gesucht wird eine Lernstichprobe der Korrespondenzpaare $((x_l, x_r) \dots)$.
2. gegeben sei eine Lernstichprobe der Korrespondenzpaare,
gesucht wird die Fundamentalmatrix F

Es gibt Ansätze, die diese zwei Phasen nicht trennen, d.h. sowohl F als auch die „dazu passenden“ Korrespondenzpaare werden **gleichzeitig** ermittelt.

Zur zweiten Aufgabe:

- Die Matrix F ist bis auf Skalierung definiert: $x_l^T F x_r = 0 \Leftrightarrow x_l^T (aF) x_r = 0$
Ein möglicher Ausweg: $f_{33} = 1$ setzen – funktioniert nicht, wenn $f_{33} = 0$
(z.B. beim rektifizierten Fall :-))
Andere Variante: $\|F\| = 1 \dots$
- Es gilt $\text{rang}(F) = 2$

Die zu lösende Aufgabe hat **9** unbekannte Parameter (Koeffizienten von F)
aber nur **7 Freiheitsgrade**.

8-Punkte Algorithmus

Die Forderung $\text{rang}(F) = 2$ wird zunächst vernachlässigt.

$$x_l F x_r = \begin{bmatrix} x_{l1} & x_{l2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{r1} \\ x_{r2} \\ 1 \end{bmatrix} = 0$$

kann komponentenweise wie folgt umgeschrieben werden:

$$x_{l1} x_{r1} \cdot f_{11} + x_{l1} x_{r2} \cdot f_{12} + x_{l1} \cdot f_{13} + x_{l2} x_{r1} \cdot f_{21} + x_{l2} x_{r2} \cdot f_{22} + x_{l2} \cdot f_{23} + x_{r1} \cdot f_{31} + x_{r2} \cdot f_{32} + f_{33} = 0$$

(eine bezüglich f_{ij} lineare Gleichung mit 9 unbekannten).

$\Rightarrow$ 8 Gleichungen (8 bekannte Korrespondenzpaare) zusammen mit $\|F\| = 1$ werden benötigt um F zu schätzen.

Problem: die Messungen x_l, x_r sind ungenau:

$\Rightarrow$ die resultierende Matrix hat den vollen Rang (d.h. entspricht nicht der Realität).

Einfache Lösung:

zerlege die resultierende F (Singular Value Decomposition) in $F = USV^T$

S ist eine Diagonalmatrix mit singulären Werten

setze den kleinsten singulären Wert auf Null $S_{,,} \rightarrow S'$ und

baue die endgültige $F = US'V^T$ wieder zusammen.

Sehr oft stehen viel mehr als 8 Korrespondenzpaare zur Verfügung
⇒ „Mitteln“ ⇒ Genauigkeit erhöhen.

$$\sum_i (x_l^i F x_r^i)^2 = \sum_i \langle \tilde{x}^i, F \rangle^2 \rightarrow \min_F$$

s.t. $\|F\| = 1$

Die Lösung – der Eigenvektor der Matrix $\sum_i \tilde{x}^i \otimes \tilde{x}^i$ zum kleinsten Eigenwert.
(Erinnere an PCA)

Die Forderung $\text{rang}(F) = 2$ wird explizit behandelt.

7 Korrespondenzpaare (minimal) werden benötigt + die Einschränkung $\det(F) = 0$
⇒ Polynom 3. Grades – analytisch lösbar.

Mehr als 7 Punkte – ein Gleichungssystem mit nicht linearen Einschränkungen (?).

Schwieriger zu lösen ↔ dafür aber in der Regel bessere Ergebnisse.

Suche nach den Korrespondenzpaaren

Typische Reihenfolge:

1. Besondere Punkte werden gesucht (für beide Bilder getrennt)
 2. Die potentielle Korrespondenzpaare werden bewertet:
 - a) Quadratische Abstand zwischen SIFT Deskriptoren,
 - b) Block Matching Maße
 - c) ...
 3. Korrespondenzpaare werden ermittelt – ↓
-

Cross-Validierung:

Für jeden Punkt des linken Bildes wird der beste Punkt im linken Bild gesucht. Analog für jedes Punkt des rechten Bildes

Haben sich zwei Punkte gegenseitig gefunden, so bilden sie ein Korrespondenzpaar, anderenfalls werden die Punkte verworfen.

⇒ viele „gute“ Punkte werden verloren,
es bleibt aber immer noch genügend viel für die Ermittlung der Epipolarometrie.

Heiratsproblem, Matching von bipartiten Graphen etc.