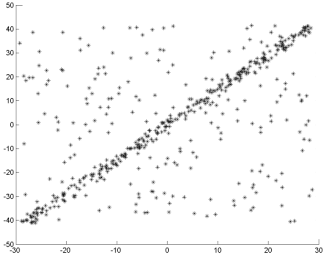
Bildverarbeitung: RANSAC

D. Schlesinger – TUD/INF/KI/IS



Man suche eine Gerade $ax + by = 1$

Man schätze die Fundamental Matrix F, d.h.

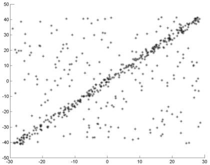
$$[x_{l1}, x_{l2}, 1] \cdot \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{r1} \\ x_{r2} \\ 1 \end{bmatrix} = 0$$

anhand einer Lernstichprobe der Korrespondenzpaare $\big((x_l^i, x_r^i)...\big)$.

Wo kommt die Lernstichprobe her?

Outliers

Die Daten sind fehlerhaft:



1) Rauschen: die Koordinaten weichen von den wahren ab (je weiter entfernt, desto weniger wahrscheinlich)
2) Outliers: die Daten gehören gar nicht zum betrachteten Modell $\Rightarrow$ dürfen keinen Einfluss auf das Ergebnis haben

Eine Variante:
Verwendung „robuster Funktionen“, z.B. Betrag der Abweichung.
Allerdings wird somit das Rauschmodell modifiziert.

Andere Variante:
finde die Outliers explizit,
schätze die Modellparameter anhand nur “richtiger“ Datenpunkte.

Aufgabe

Sei $x \in \mathcal{X}$ der Input-Raum und $y \in \mathcal{Y}$ der Parameter-Raum.

Gegeben sei eine Funktion $f : \mathcal{X} \times \mathcal{Y} \to \{0, 1\}$, die für jedes Paar x (Datenpunkt) und y (Parametersatz, Modellinstanz) angibt, ob der Punkt mit dem Modell konsistent ist.
Beispiele: $x_l F x_r \stackrel{?}{=} 0$ (Epipolargeometrie), $ax + by \stackrel{?}{=} 1$ (Gerade), etc.

Gesucht wird das Modell, das mit der Mehrheit der Punkte in der Lernstichprobe übereinstimmt:

$$y^* = \arg\max_{y \in \mathcal{Y}} \sum_{x \in X} f(x, y)$$

Naiver Ansatz: probiere alle y durch $\Rightarrow$ Hough-Transformation.

Problem: Aufwendig, nicht immer möglich (insbesondere wenn die Dimension des Parameterraumes groß ist).

Die Idee: Der Parameterraum ist dünn besetzt $\Rightarrow$ probiere nicht alles durch, sondern nur das, was „Chancen hat“, der beste Parametersatz zu sein.

RANSAC, Ansatz

Gegeben sei ein Orakel – eine Funktion $g : \mathcal{X}^d \to \mathcal{Y}$, die für jedes d-Tupel von Punkten das Modell schätzt, die mit allen d Punkten übereinstimmt.
Beispiele: eine Gerade aus 2 Punkten, eine Fundamentalmatrix aus 8 Punkte.

Probiere nicht alle $y \in \mathcal{Y}$ sondern alle d-Tupel der Datenpunkte (d.h. $X' \subset X, |X'| = d$):

$$X'^* = \arg\max_{X' \subset X} \sum_{x \in X} f\Big(x, g(X')\Big), \quad y^* = g(X'^*)$$

Beispiel: eine Gerade zu finden – $|X|^2$ Versuche.
Die Maximierung geschieht über eine diskrete Menge!!!

RANSAC (Random Sample Consensus):
probiere nicht mal alle Teilmengen, sondern würfele manche davon.

Wiederhole oft
- **Würfele** $X' \subset X$**,** $|X'| = d$
- **Schätze** $y = g(X')$
- **Bewerte** $f(y) = \sum_{x \in X} f(x, y)$
- **wenn** $f(y) > f(y^*)$
  - `setze` $y^* = y$ `und merke` $f(y^*)$

RANSAC, Konvergenz

Wie oft muss gewürfelt werden?

Sollte man einen d-Tupel würfeln, der nur aus Inliers besteht, so ist das richtige Modell erwischt.

Ausschlaggebend ist die Wahrscheinlichkeit, dass wehrend des Algorithmus das richtige Modell mindestens einmal erwischt wird.

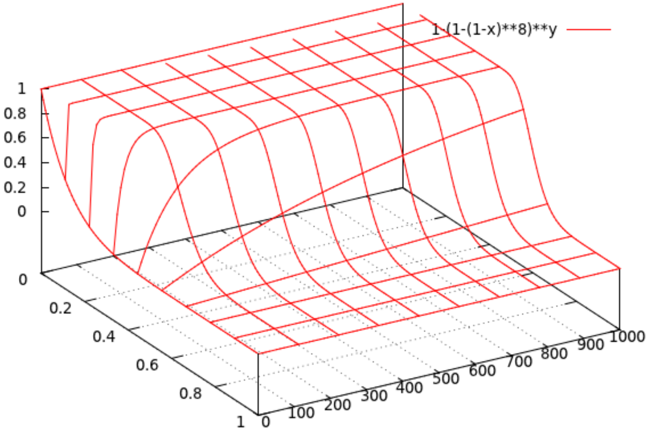
Sei ε die Wahrscheinlichkeit der Outliers.

Wahrscheinlichkeit, dass der zufällig gewürfelte d-Tupel nur aus Inliers besteht $(1-\varepsilon)^d$.

Wahrscheinlichkeit des falschen d-Tupel ist $1-(1-\varepsilon)^d$.

Wahrscheinlichkeit dass n Würfel alle falsch sind ist $(1-(1-\varepsilon)^d)^n$.

Wahrscheinlichkeit dass sich darunter mindestens ein richtiger befindet ist $1-(1-(1-\varepsilon)^d)^n$.



$1-(1-(1-\varepsilon)^d)^n,\ d=8,\ \varepsilon\in[0,1],\ n=1\ldots1000$

RANSAC, Probleme/Ergänzungen/Varianten

Fehler des ersten Typs: Rauschen
Bewertungsfunktion $f(x, y)$. Wann ist eigentlich ein Punkt „gut“?
Zum Beispiel $x_l F x_r = 0$ ist so gut wie nie exakt erfüllt.
$\Rightarrow$ Konfidenzintervalle $\Rightarrow |x_l F x_r| < \nu$

Orakel $g(X')$. Beispiel für Epipolargeometrie:
8-Punkte Algorithmus: ungenau, schnell, schwieriger zu erwischen ($d = 8$).
7-Punkte Algorithmus: genauer, komplizierter, leichter zu erwischen ($d = 7$).
$\Rightarrow$ Kompromisse, Würfeln+Optimieren, usw.

Bewertung einer Hypothese y, d.h. $\sum_{x \in X} f(x, y)$ – oft zu Aufwendig.

$T_{d,d}$-Test (Randomized RANSAC): statt alle $x \in X$ zu prüfen:

- Würfele m Datenpunkte aus X
- Sind alle gut, teste alle anderen wie früher
- Ist mindestens ein gewürfelten Punkt schlecht, fällt die Hypothese komplett durch

Man darf eine gute Hypothese verpassen, dafür spart man Zeit (die schlechten Hypothesen werden schnell erkannt) und kann öfter würfeln.
$\Rightarrow$ Die richtige Hypothese wird irgendwann doch erwischt.
Insgesamt oft (je nach Anwendung) schneller.

Parallelisierbar.