MUSTERERKENNUNG
9. SEMINAR – LABELLING PROBLEME

Aufgabe 1. Formulieren Sie das Problem der maximalen Clique als MinSum Problem.

Gegeben sei ein Graph $G = (R, E)$ mit der Menge R der Knoten und der Menge E der Kanten. Gesucht wird ein vollverbundener Teilgraph von G, d.h. $G' = (R', E')$ mit $R' \subset R$, $E' \subset E$ und $r, r' \in R' \Rightarrow \{r, r'\} \in E'$, der die maximale Anzahl der Knoten hat.

a) Überlegen Sie zunächst, wie man durch eine geeignete Wahl der Variablen und der entsprechenden „Kodierung“ (Labelmenge für die Variablen) die Menge aller Teilgraphen (die Menge aller Teilmengen der Knoten) repräsentieren kann.

b)Formulieren Sie die Einschränkungen für Paare der eingeführten Variablen so, dass nur die Teilmengen der Knoten konsistent sind, die vollverbundenen Teilgraphen von G entsprechen. Drücken Sie die Einschränkungen als reellwertige Bewertungen so aus, dass die nicht erlaubten Teilmengen die Qualität ∞ haben.

c) Führen Sie zusätzliche Funktionen ein, die Teilmengen größerer Kardinalität favorisieren.

Aufgabe 2. Man betrachte die Aufgabe der Dynamischen Programmierung auf einer Kette (siehe Vorlesung):

$$x^* = \arg\min_x \left[\sum_{i=1}^{n} q_i(x_i) + \sum_{i=1}^{n-1} g_i(x_i, x_{i+1}) \right].$$

Zusätzlich sei bekannt, dass die Funktionen g eine Bestimmte Form haben (dies entspricht der Annahme der Kompaktheit):

$$g_i(k, k') = \begin{cases} 0 & \text{wenn } k = k' \\ a_i & \text{sonst} \end{cases}$$

(a_i ist eine positiosspezifische Konstante). Die Funktionen q_i sind dabei beliebig.

a) Modifizieren Sie die Dynamische Programmierung derart, dass sie die Zeitkomplexität $O(nK)$ (statt $O(nK^2)$ im allgemeinen Fall) hat.

b) Betrachten Sie die MinSum Aufgabe auf allgemeinen Graphen mit den wie oben definierten Funktionen $g_{rr'}$. Überlegen Sie, wie man den Iterated Conditional Modes Algorithmus (siehe Vorlesung Bildverarbeitung) unter Berücksichtigung spezieller Art der Funktionen beschleunigen kann.