MUSTERERKENNUNG
8. SEMINAR – SUPPORT VEKTOR MASCHINEN

Aufgabe 1. Sei $x \in \mathbb{R}$ und $y \in \mathbb{R}$ zwei reellwertige Variablen. Lösen Sie

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &\rightarrow \min_{xy} \\ \text{s.t. } 2x + y &\geq 1. \end{aligned}$$

- a) Geben Sie zunächst eine geometrische Interpretation der Aufgabe an und leiten Sie daraus die Lösung ab.
- b) Lösen Sie die Aufgabe mittels der Methode der Lagrange-Koeffizienten.

Aufgabe 2. Für Muster $x \in \mathbb{R}_{++}^n$ (d.h. $x_i > 0, \forall i$), die in zwei Klassen zu teilen sind, wird die Menge der Entscheidungsregeln

$$\prod_i x_i^{w_i} \geq b$$

betrachtet. Dabei sind der Gewichtsvektor $w \in \mathbb{R}^n$ sowie der Schwellwert b Parameter der Entscheidungsregel.

- a) Gegeben sei eine klassifizierte Lernstichprobe $(x^1, k_1), \dots, (x^\ell, k_\ell)$. Wie kann man die Parameter der Entscheidungsregel mithilfe des Perzeptron-Algorithmus lernen?
- b) Wie groß ist die Vapnik-Červonenkis Dimension dieser Klasse von Strategien?

Aufgabe 3. Sei $k_1(x, x')$ und $k_2(x, x')$ zwei Kernel. Beweisen Sie, dass

- a) $k_3(x, x') = k_1(x, x') + k_2(x, x')$ und
- b) $k_3(x, x') = k_1(x, x') \cdot k_2(x, x')$ auch Kernel sind.

Sei $\mathcal{H}_1, \mathcal{H}_2$ und $\mathcal{H}_3$ die Merkmalsräume der Kernel k_1 bzw. k_2 und k_3 . Wie ergeben sich die Dimensionen der jeweiligen Merkmalsräume $\mathcal{H}_3$ aus den Dimensionen der Merkmalsräume $\mathcal{H}_1$ und $\mathcal{H}_2$?