

MUSTERERKENNUNG

6. SEMINAR – KÜRZESTE WEGE

Aufgabe 1.

a) Ein Quadrat ist in $n \times n$ Felder unterteilt. Für jedes Feld (x, y) seien Kosten $c(x, y)$ vorgegeben. Wir betrachten alle Wege, die

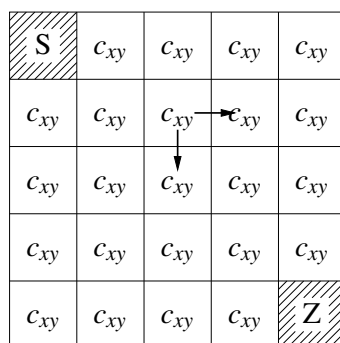
- (1) das linke obere Feld (Start) mit dem rechten unteren Feld (Ziel) verbinden und
- (2) ausgehend von einem Feld, entweder in das rechte oder untere Nachbarfeld übergehen (siehe Abb. (a)).

Die Kosten eines Weges ergeben sich als Summe der Kosten aller besuchten Felder. Beschreiben Sie einen effizienten Algorithmus zur Suche des Weges mit minimalen Kosten.

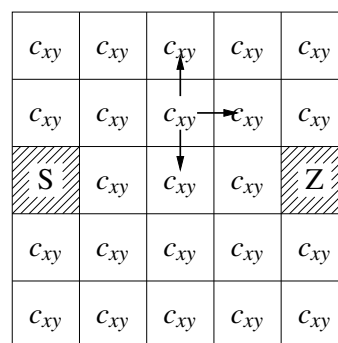
b) Wir ändern obige Aufgabe wie folgt:

- (1) Der Weg verbindet das mittlere Feld der linken Spalte mit dem mittleren Feld der rechten Spalte.
- (2) Vom aktuellen Feld darf der Weg in das rechte, untere oder obere Nachbarfeld übergehen (siehe Abb. (b)).

Formulieren Sie auch hier einen effizienten Algorithmus zur Suche des Weges mit minimalen Kosten.



(a)



(b)

c) Überlegen Sie, wie die betrachteten Algorithmen aussehen, wenn sich die Kosten eines Weges als *Maximum* der Kosten aller besuchten Felder ergeben.

Aufgabe 2. Definieren wir einen Abstand zwischen zwei Kurven im $\mathbb{E}^2$ wie folgt: Die Kurven seien diskretisiert, d.h. sie sind durch geordnete Punktfolgen spezifiziert:

$$K_1 = (p_1, p_2, \dots, p_n)$$

$$K_2 = (q_1, q_2, \dots, q_m)$$

Eine „Zuordnung“ sei eine geordnete Menge (Folge) von Punktpaaren, so dass in jedem Paar ein Punkt der ersten Kurve und ein Punkt der zweiten Kurve enthalten sind:

$$V = ((p_{i_1}, q_{j_1}), (p_{i_2}, q_{j_2}), \dots, (p_{i_l}, q_{j_l})).$$

Zusätzlich wird Folgendes verlangt:

- a) Die Zuordnung soll monoton sein, d. h. die Punkte der beiden Kurven stehen in der Zuordnung (bis auf eventuelle Wiederholungen) in derselben Ordnung, wie in den Punktfolgen K_1 und K_2 ($i_{k+1} \geq i_k$ und $j_{k+1} \geq j_k$).
- b) Die Zuordnung umfasst alle Punkte der beiden Kurven. Somit beginnt sie mit dem Paar (p_1, q_1) und endet mit dem Paar (p_n, q_m) .

Die Qualität eines Punktpaares (p, q) ist der euklidische Abstand zwischen den Punkten p und q . Die Qualität einer Zuordnung ist die Summe der Qualitäten aller ihrer Punktpaare. Der Abstand zwischen zwei Kurven ist das *Minimum* der Qualitäten über allen solchen Zuordnungen. Schlagen Sie einen Algorithmus zur Berechnung des oben beschriebenen Abstands vor.

Hinweis. Man kann sich die Menge aller möglichen Punktpaare als eine Tabelle vorstellen, in der jede Zeile einem Punkt der Kurve K_1 entspricht und jede Spalte einem Punkt der Kurve K_2 entspricht. Eine „Zuordnung“ ist somit eine Teilmenge der Elemente dieser Tabelle. Überlegen Sie, wie die Teilmenge aussehen soll, damit die Forderungen a) und b) erfüllt sind. Die Aufgabe ist dann, unter allen solchen Teilmengen die im oben genannten Sinne beste zu finden.

Aufgabe 3. Der Grauwertverlauf $g = (g_1, \dots, g_n)$ einer Bildzeile der Länge n soll stückweise konstant approximiert werden. Die approximierende Funktion $f \in \mathcal{F}_m$ darf aus höchstens m ($m < n$) Stücken konstantes Funktionswerts bestehen.

- a) Definieren Sie ein geeignetes Abstandsmaß $D(f, g)$.
- b) Geben Sie einen effizienten Algorithmus zur Berechnung von

$$\arg \min_{f \in \mathcal{F}_m} D(f, g)$$

an. Welche Komplexität hat dieser Algorithmus?