Fachrichtung Mathematik, Institut für Wissenschaftliches Rechnen
Prof. Dr. Jörg Wensch
Dr. Ute Feldmann

Wintersemester 2015/16
Kurzloesung

13. Übung zur Vorlesung Mathematik 3 für Elektrotechniker etc.

Aufgabe 7.1.109

Berechnen Sie die Integrale

$$a)\quad I = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2-1}{x^4+1}\,dx \qquad b)\quad I = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{(x^2+4x+13)^2}\,dx$$

mit Mitteln der Funktionentheorie.

(b) wurde bereits in der VL 12 vorgerechnet

Lösungsvorschlag zur Aufgabe 7.1.109

(a) $I = 0$, (b) $I = -\frac{1}{27}\pi$

Aufgabe 7.1.110

Man berechne

$$f(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{itx}}{x - i\,\alpha}\,dx \qquad (\alpha > 0)\ .$$

Zusatz:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{itx}}{x - i\,\alpha}\,dx = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{itx}}{x - i\,\alpha} \cdot \frac{i}{i}\,dx = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{itx}}{ix +\,\alpha}\,idx \overset{s=ix}{=} \frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} \underbrace{\frac{e^{st}}{s+\,\alpha}}_{(*)}\,ds$$

Vergleichen Sie das Integral 'rechts' mit der Formel zur Laplace-Rücktransformation!
Wo (in der komplexen Ebene) verläuft der Integrationsweg und wo liegt der Pol von $(*)$?

Lösungsvorschlag zur Aufgabe 7.1.110

$$f(t) = \begin{cases} e^{-\alpha t} & \text{für} \quad t > 0\ , \\ 0 & \text{für} \quad t < 0\ . \end{cases}$$

Aufgabe 7.1.116

Man berechne man Integrale

$$I_1 = \int_0^{\infty} \frac{\cos tx}{(x^2+1)^2}\,dx \quad \text{und} \quad I_2 = \int_0^{\infty} \frac{x \sin tx}{x^2+1}\,dx \qquad \text{für} \quad t > 0$$

Lösungsvorschlag zur Aufgabe 7.1.116

$$I_1 = \frac{\pi}{4}\,e^{-t}(t+1)\ , \qquad I_2 = \tfrac{\pi}{2}\,e^{-t}\ .$$