Institut für Wissenschaftliches Rechnen
Prof. Dr. Jörg Wensch
Dr. Ute Feldmann

Übungen zur Vorlesung Mathematik I/2
13. Woche

1. **VdK vs. Ansatz**
   In ET3 (VL Dynamische Netzwerke) wird Ihnen in Kapitel 0 Folien 8/9 die Lösung einer inhomogenen Differentialgleichung 1. Ordnung mittels Variation der Konstanten vorgeführt:
   https://www.iee.et.tu-dresden.de/iee/ge/student/et3/folien/0%20Dynamische%20Netzwerke.pdf .
   Ermitteln Sie die partikuläre Lösung alternativ mittels Ansatzmethode!
   Mit welchem Signal müsste man diese Schaltung anregen (Eingangsspannung), um die sogenannte Resonanz zu erreichen? Hinweis: $a\cos(\omega t) + b\sin(\omega t) = A\cos(\omega t - \varphi)$ mit $A = \sqrt{a^2 + b^2}$ und $\tan(\varphi) = b/a$ bzw. $a = A\cos(\varphi)$, $b = A\sin(\varphi)$.

2. **Vektoren in Basen aus Einheitsvektoren krummliniger Koordinaten**
   Betrachtet wird die Darstellung der Vektoren (eines Vektorfeldes) in einer besser (als die kartesische) geeigneten Basis.
   Hier enthält die Basis$_{\text{neu}}$ die sogenannten Einheitsvektoren krummliniger Koordinaten (VL 11/2/4), also die auf Länge=1 normierten Spaltenvektoren der Jacobi-matrix von $\mathbf{x}_{\text{kartesisch}} = f(\mathbf{x}_{\text{krummlinig}})$, also z.B. die Einheitsvektoren von Zylinderkoordinaten $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\varphi, \mathbf{e}_z$,:

$$\mathbf{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = v_x\,\mathbf{e}_x + v_y\,\mathbf{e}_y + v_z\,\mathbf{e}_z = v_r\,\mathbf{e}_r + v_\varphi\,\mathbf{e}_\varphi + v_z\,\mathbf{e}_z = (\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\varphi, \mathbf{e}_z) \begin{pmatrix} v_r \\ v_\varphi \\ v_z \end{pmatrix} = \text{Basis}_{\text{neu}} \cdot \mathbf{x}_{\text{neu}}$$

   (a) Wiederholen Sie $\text{Basis}_{\text{neu}} = \text{Basis}_{\text{alt}} \cdot \mathbf{T}$ und $\mathbf{x}_{\text{alt}} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{x}_{\text{neu}}$ (Ma2 VL 11/2/4 bzw. Ma1 VL 14/2/5) am Beispiel der Aufgabe 2 im Aufgabenblatt 15 von Mathe1!

   (b) Geben Sie die Basis$_{\text{neu}}$ für Zylinderkoordinaten an.
   Für Basis$_{\text{alt}}$=Einheitsmatrix (kartesisch) ist $T = \text{Basis}_{\text{neu}}$.

   (c) Geben Sie das Vektorfeld $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ 0 \end{pmatrix}$ in der Form $v_r\,\mathbf{e}_r + v_\varphi\,\mathbf{e}_\varphi + v_z\,\mathbf{e}_z$ an.

   (d) Geben Sie das Vektorfeld $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} -y \\ x \\ 0 \end{pmatrix}$ in der Form $v_r\,\mathbf{e}_r + v_\varphi\,\mathbf{e}_\varphi + v_z\,\mathbf{e}_z$ an.

   (e) Geben Sie das Vektorfeld $\mathbf{v} = \mathbf{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ in den Basisvektoren von Zylinder- UND Kugel-Koordinaten an.