

Übungen zur Vorlesung Mathematik I/1 9. Woche

- Veranschaulichen Sie die Fälle (i)-(iii) auf Folie VL 7/1/1 für $\mathbf{v}_i \in \mathbb{R}^2$ (Beispiel-Vektoren \mathbf{v}_1, \dots zeichnen)!
 - Auf Folie VL 7/1/2 könnte man unter 'Lineare Hülle' einen Punkt hinzufügen:
 - $\dim L(\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_k) < k \Leftrightarrow \mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_k \dots$ Ergänzen Sie!
 - Zu Folie VL 6/1/5: Ordnen Sie die Worte 'mindestens', 'höchstens' und 'genau' folgenden Aussagen zu: Ein Vektorsystem (eine Menge von Vektoren), das (die)
 - eine **Basis** des \mathbb{R}^n ist, hat n Vektoren.
 - (im \mathbb{R}^n) **linear unabhängig** ist, hat n Vektoren.
 - ein **Erzeugendensystem** des \mathbb{R}^n ist, hat n Vektoren.
- Def.: Eine Operation \circ (sprich 'Kringel') heißt **assoziativ**, wenn für Sie gilt

$$\mathbf{a} \circ (\mathbf{b} \circ \mathbf{c}) = (\mathbf{a} \circ \mathbf{b}) \circ \mathbf{c} \quad \text{Assoziativgesetz} = \text{'Man-darf-Klammern-weglassen'}$$

Das Assoziativgesetz gilt z.B. für $\circ =$ Multiplikation reeller bzw. komplexer Zahlen, z.B. $3 \cdot (2 \cdot 4) = (3 \cdot 2) \cdot 4$.
Gilt das Assoziativgesetz auch für $\circ =$ Kreuzprodukt von Vektoren?

- Welche der Punkte in der letzten Zeile auf Folie VL 7/3/7 sind 'Skalarproduktpunkte', welche stehen für die Multiplikation mit einer reellen Zahl?
- Gilt $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \cdot \mathbf{c}) = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c}$?

Zusatz: Im 2. Semester lernen Sie im Fach 'Elektrische und magnetische Felder' das ebene Magnetfeld (magnetische Feldstärke \mathbf{H}) eines (idealisiert) unendlich langen Stromleiters kennen:

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \frac{I}{2\pi|\mathbf{r}|^2} \cdot \mathbf{e}_L \times \mathbf{r},$$

wobei \mathbf{e}_L der Einheitsvektor (oder der auf Länge=1 normierte Vektor, in der Ma-VL oft mit \mathbf{n} bezeichnet) in Richtung des Stromflusses ist und \mathbf{r} der Vektor vom Leiter zum 'Ort' \mathbf{r} ist, dessen Feldstärke mit $\mathbf{H}(\mathbf{r})$ angegeben wird.

Geben Sie die magnetische Feldstärke für einen Strom $I = 3\text{A}$ 'entlang der z-Achse' an den Orten

$$\mathbf{r} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ m}, \quad \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ m} \quad \text{und} \quad \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ m} \text{ an.}$$

Zeichnen Sie die Situation für einen Kreis (um den Ursprung) mit Radius 3 in der x-y-Ebene.

- Gilt $|\mathbf{r}|^2 = |\mathbf{r}^2|$ und $|\mathbf{r}|^2 = \mathbf{r}^2$?