Einführung in die Grundlagen der Physik Freier Elektronen Laser

Gesine Richter

23. Juni 2009

Gliederung

2.1 Kurvenverlauf eines Elektrons im planaren Undulator

- Feld im planaren Undulator

$$\mathbf{B} = B_\mathrm{u} \cos(k_\mathrm{u} z)\mathbf{e}_\mathrm{y} \quad \mathbf{A} = \frac{B_\mathrm{u}}{k_\mathrm{u}}(\sin(k_\mathrm{u} z)\mathbf{e}_\mathrm{x}) \quad \boldsymbol{\beta} = \frac{\mathbf{v}}{c} = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}}$$

- Lagrangefunktion eines relativistischen Teilchens im EM-Potential

$$\mathcal{L} = -m_0 c^2 \sqrt{1 - \boldsymbol{\beta}^2} + q\boldsymbol{\beta}\mathbf{A}$$

- Kanonischer Impuls $\wp$

$$\wp = \frac{1}{c}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \boldsymbol{\beta}} = \gamma m_0 c \boldsymbol{\beta} + \frac{q}{c}\mathbf{A} = \mathbf{p} + \frac{q}{c}\mathbf{A}$$

- Hamiltonfunktion $H(\mathbf{p}) = E = [\mathbf{p}^2 c^2 + {m_0}^2 c^4]^{1/2} = \gamma m_0 c^2$

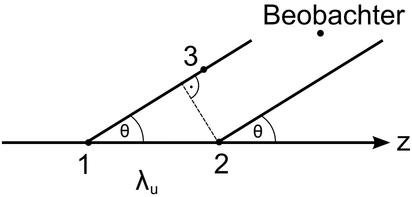
$$H(\wp, \mathbf{r}, t) = [(\wp - \frac{q}{c}\mathbf{A})^2 c^2 + {m_0}^2 c^4]^{1/2}$$

- $$\beta_{\mathrm{x}},\ A_{\mathrm{x}} = 0 \text{ bei Eintritt } \rightarrow \wp_{\mathrm{x}} = 0 \rightarrow \beta_{\mathrm{x}} = -\frac{K \sin(k_{\mathrm{u}} z)}{\gamma}$$

  $$\beta_{\mathrm{y}} = 0 \text{ bei Eintritt }, A_{\mathrm{y}} = 0 \text{ immer } \rightarrow \wp_{\mathrm{y}} = 0 \rightarrow \beta_{\mathrm{y}} = 0\ \forall t$$
- $K = \frac{qB_{\mathrm{u}}}{mck_{\mathrm{u}}}$ der Undulatorparameter $\rightarrow$ repräsentiert die Geometrie des Undulators
- $\dot{z}$ aus den Hamiltonschen Bewegungsgleichungen

$$
\begin{aligned}
\dot{x} &= \beta_{\mathrm{x}} c = -\frac{K}{\gamma}\sin(k_{\mathrm{u}} z) \\
\dot{y} &= 0 \\
\dot{z} &= \frac{K^2 c}{4\gamma^2\beta_0}\frac{\cos(2k_{\mathrm{u}} c\beta_0 t)}{2k_{\mathrm{u}} c\beta_0} + c\beta_0
\end{aligned}
$$

2.2 Kohärenzbedingung



$$T = \frac{\lambda_{\mathrm{u}}}{c\beta_0} - \frac{\lambda_{\mathrm{u}}}{c}\cos\theta$$

$$\lambda = cT = \frac{1-\beta_0}{\beta_0}\lambda_{\mathrm{u}}$$

2.2 Kohärenzbedingung

- Mit $\beta_{\mathrm{z}} \approx 1 - \frac{1}{2\gamma^2} - \frac{{\beta_{\mathrm{x}}}^2 + {\beta_{\mathrm{y}}}^2}{2}$ und zeitlicher Mittelung folgt

$$\beta_{\mathrm{z}} \approx \beta_0 = 1 - \frac{\frac{1}{2}K^2 + 1}{2\gamma^2}$$

- Die verstärkte Wellenlänge berechnet sich so zu

$$\lambda = \frac{\lambda_{\mathrm{u}}}{2\gamma^2}\left(\frac{1}{2}K^2 + 1\right)$$

Emmitierte Strahlung des Elektrons

- Die Gesamte emmitierte Energie pro Raumwinkel und Frequenz berechnet sich nach Formel (aus Jackson)

$$\frac{\mathrm{d}^2 I}{\mathrm{d}\omega \mathrm{d}\Omega} = \frac{q^2\omega^2}{4\pi^2 c} \left| \int_{-N_\mathrm{u}\lambda_\mathrm{u}/2c}^{N_\mathrm{u}\lambda_\mathrm{u}/2c} \mathrm{d}t \, \mathbf{n} \times [\mathbf{n} \times \boldsymbol{\beta}(t)] \mathrm{e}^{i\omega\left(1 - \frac{\mathbf{n}\cdot\mathbf{r}(t)}{c}\right)} \right|^2$$

- Man erhält

$$\left.\frac{\mathrm{d}^2 I}{\mathrm{d}\omega \mathrm{d}\Omega}\right|_{\theta=0} \propto \frac{\sin^2(x)}{x^2}$$

$$x = \pi N_\mathrm{u}(\omega - \omega_\mathrm{r})/\omega_\mathrm{r}$$