

09. Januar, 2009

Protokoll zum Versuch
Supraleitung (SU1)
im Fortgeschrittenenpraktikum

Klaus Steiniger, Alexander Wagner, Gruppe 850
klaus.steiniger@physik.tu-dresden.de, alexander.wagner2@mailbox.tu-dresden.de

Betreuer: Dr. S. Sahling

Protokoll vom 14. Januar 2009

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
1.1	Theorie der Supraleitung	3
2	Durchführung	3
2.1	Aufgabenstellung	3
2.2	Durchführung	3
2.2.1	Messung der Suszeptibilität von Hochtemperatursupraleitern	3
2.2.2	Bestimmung des kritischen Magnetfeldes einer Blei-Probe	4
3	Auswertung	5
3.1	HTSL	5
3.2	Blei	7
3.2.1	Eichung des Ge-Thermowiderstands	7
3.2.2	Phasendiagramm	9
4	Ergebnis und abschließende Diskussion	10
5	Anhang	11
5.1	Herleitung der Bestimmungsgleichung für die Suszeptibilität	11

1 Einleitung

Ziel des Versuches ist es, grundlegende Eigenschaften der Supraleitung zu untersuchen. Diese ist eine Materialeigenschaft, die bei einigen Festkörpern bei sehr tiefen Temperaturen auftritt. Sie äußert sich dann in widerstandsloser Stromleitung und Verdrängung des Magnetfeldes aus dem Inneren. Bei Supraleitern 1. Art wird unterhalb der kritischen Temperatur T_C das Magnetfeld bis zu einer gewissen Stärke H_{C1} vollständig aus dem Material gedrängt, bei SLn 2. Art existiert eine weitere kritischen Feldstärke H_{C2} , unterhalb derer zwar der elektrische Widerstand verschwindet, die Magnetflusslinien das Material aber in gewissen Schläuchen durchsetzen. Die heute bekannten Hochtemperatur-SL sind größtenteils SL 2. Art. Die Verdrängung des Magnetfeldes kann man sich so vorstellen, dass sich das Material entgegengesetzt zum äußeren Feld magnetisiert und dadurch dieses kompensiert. Die Suszeptibilität χ ergibt sich also zu -1, denn

$$\chi := \frac{\partial M}{\partial H} \stackrel{\text{hier}}{=} \frac{M}{H}$$

1.1 Theorie der Supraleitung

Der elektrische Widerstand bei Normalleitung entsteht, wenn Elektronen durch Leitungsteilchen in höhere Zustände angeregt werden und somit diesen Energie „entziehen“. Im Rahmen der BCS-Theorie (aufgestellt durch Bardeen, Cooper und Schrieffer, welche dafür 1972 den Nobelpreis erhielten) bilden sich bei niedrigen Temperaturen Cooper-Paare, bestehend aus zwei Elektronen, die phononisch wechselwirken. Diese Paare unterliegen aufgrund ihres Spins von $S = 0$ nicht mehr dem Pauli-Prinzip und können den gleichen Zustand besetzen. Da das sogar bevorzugt eintritt, besetzen schließlich alle Cooper-Paare als Gesamtheit den Grundzustand und um ein einzelnes Paar aus der Gesamtheit zu lösen, benötigt man die zum Zerstören des Paares nötige Energie. Steht sie nicht zur Verfügung, kann das Paar nicht mit dem Gitter wechselwirken und ein widerstandsloser Ladungstransport ist gegeben. Bei entsprechend hohen Energien (Temperatur, Stromdichte, Magnetfeld) bricht dann die Supraleitung zusammen. Den Zusammenhang zwischen H_C und T gibt die Theorie zu

$$H_C(T) = H_C(0\text{ K}) \left\{ 1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right\} \quad (1.1)$$

2 Durchführung

2.1 Aufgabenstellung

1. Messung der magnetischen Suszeptibilität der Hochtemperatursupraleiter $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ und $\text{Bi}_2\text{CaSr}_2\text{Cu}_2\text{O}_3$ im Temperaturbereich zwischen 80 K und 150 K.
2. Bestimmung des kritischen Magnetfeldes für eine Blei-Probe als Funktion der Temperatur im Temperaturbereich zwischen 1.5 K bis 4.2 K.

2.2 Durchführung

2.2.1 Messung der Suszeptibilität von Hochtemperatursupraleitern

Dazu nutzt man die Abhängigkeit der Induktivität einer Zylinderspule von der Permeabilität μ_r des Kerns. Im Versuch wird die Induktivität einer Kupfer-Zylinderspule im Bereich von 70-160 K gemessen, sowohl mit als auch ohne Supraleiter als Kern. Aus den verschiedenen Induktivitäten lässt sich die Suszeptibilität $\chi = \mu_r - 1$ berechnen. Die Herleitung der Formel findet sich im Anhang.

Die Spule wird dazu in einer Probenhalterung in flüssigen Stickstoff getaucht und abgekühlt.

Die Temperatur in der Probenhalterung wird mit einem geeichten Platin-Thermowiderstand gemessen, welcher mit einem Konstantstrom von 1 mA versorgt wird. Zur langsamen Erhöhung der Temperatur wird die Probenhalterung über dem Flüssigkeitsspiegel justiert. Die Messung der Induktivität, als Funktion von der Temperatur, wird mit einer automatisch abgleichende Messbrücke durchgeführt.

2.2.2 Bestimmung des kritischen Magnetfeldes einer Blei-Probe

Die Bleiprobe wird in einem ^4He -Glaskryostaten auf diese tiefen Temperaturen gekühlt. Um tiefere Temperaturen als die Helium Siedetemperatur zu erreichen, muss man die gasförmige Phase über dem flüssigen Helium mittels einer Vakuumpumpe abpumpen. Um Temperaturen über dem Siedepunkt zu erreichen, ist der Messzylinder zu evakuieren, um eine Isolation zwischen Helium und Probe herzustellen. Danach wird mit Hilfe einer Regelungsautomatik geheizt. Mittels einer Zylinderspule um den Kryostaten, wird das Magnetfeld erzeugt. Die Spule selbst wird mit flüssigem Stickstoff gekühlt.

Zur Bestimmung des Übergangs zwischen Supraleitung und Normalleitung wird eine einfache Widerstandsbestimmung am Blei durchgeführt. Dazu misst man den Spannungsabfall U_P bei konstantem Strom durch die Probe (0.35 A), wenn das Magnetfeld geändert wird. Bei fester Temperatur variiert man nun den Strom I_S durch die Spule und zeichnet das I_S - U_P -Diagramm. Im Versuch übernimmt das eine computergestützte Messeinrichtung.

Die Temperatur wird durch Bestimmung des Dampfdruckes über dem flüssigen ^4He ermittelt. Dazu steht eine Kalibrierungstabelle zur Verfügung. Zusätzlich befindet sich bei der Probe, im Messzylinder, ein Germanium-Thermowiderstand. Für diesen gibt es ebenfalls eine Kalibrierungstabelle.

3 Auswertung

3.1 HTSL

Das Kupfer-Thermometer lieferte folgenden Zusammenhang zwischen Temperatur (gemessen mit dem Pt-Thermometer und entsprechender Eich-tabelle) und Widerstand:

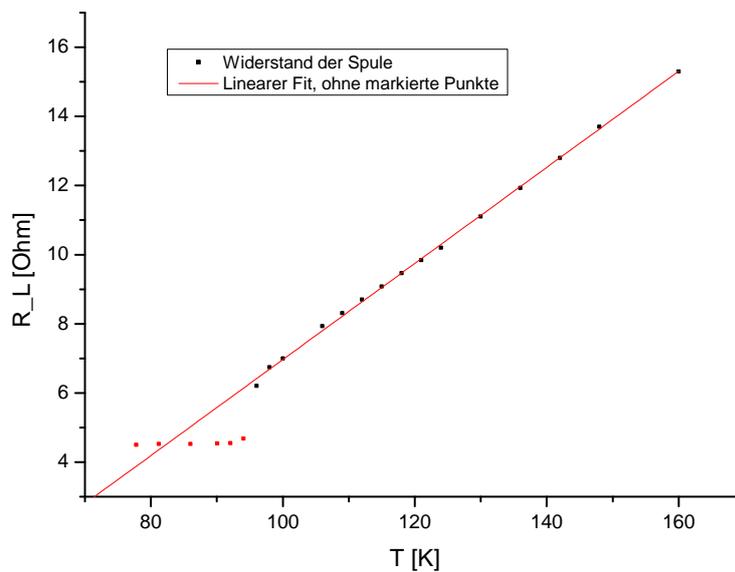
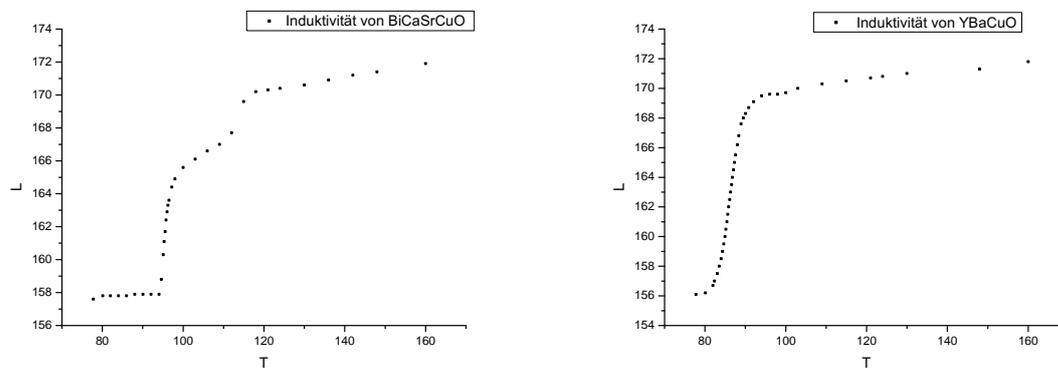


Abbildung 1: Kupferthermometer

Die Werte für niedrige Temperaturen weichen sehr stark vom Fit ab, weshalb das Kupfer als Thermometer wohl nicht so gut geeignet ist. Weil uns unser Ergebnis hier merkwürdig vorkam und wir schon grobe Messfehler in Betracht zogen, haben wir uns mit anderen Gruppen darüber verständigt und erfahren, dass diese teilweise ähnliche Ergebnisse erzielten. Die Gleichung des Fits lautet: $R_L = 0,14T - 6,93$. Wir haben im Folgenden nicht mehr den Wert des Kupferthermometers berücksichtigt und uns auf die Funktionstüchtigkeit des Pt-Thermometers verlassen. Da wir dieses nicht neu geeicht haben und die Temperaturen zu entsprechenden Widerstandswerten aus der Eich-tabelle abgelesen haben, verzichten wir hier auf die Darstellung des Fits.

Für die Induktivität ergaben sich folgende Werte:



Daraus haben wir mit Hilfe der im Anhang hergeleiteten Formel die Suszeptibilität errechnet und dargestellt:

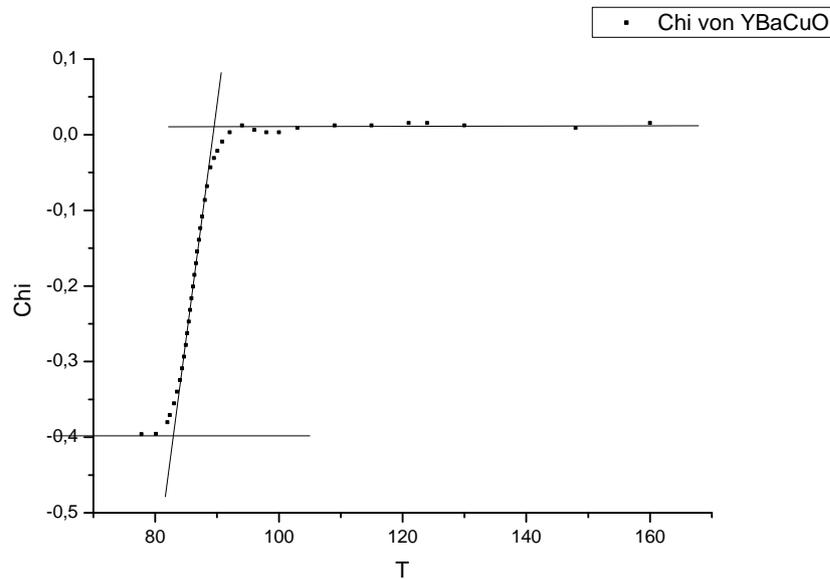


Abbildung 2: Suszeptibilität von YBaCuO

Deutlich zu erkennen ist der Sprung von einem starken Diamagneten ($\chi < 0$) zu einem normalleitenden Stoff mit schwachmagnetischen Eigenschaften ($\chi \approx 0$). Der Sprung findet hier bei $(86,0 \pm 2,9)$ K statt, es ergibt sich also eine Übergangsbreite von 5,8 K. Dass die Suszeptibilität nicht auf -1 absinkt kann damit zusammenhängen, dass teilweise starke systematische Fehler auftraten (z.B. Form und Position der Probe nur angenähert, der Supraleiter könnte verunreinigt sein, ...).

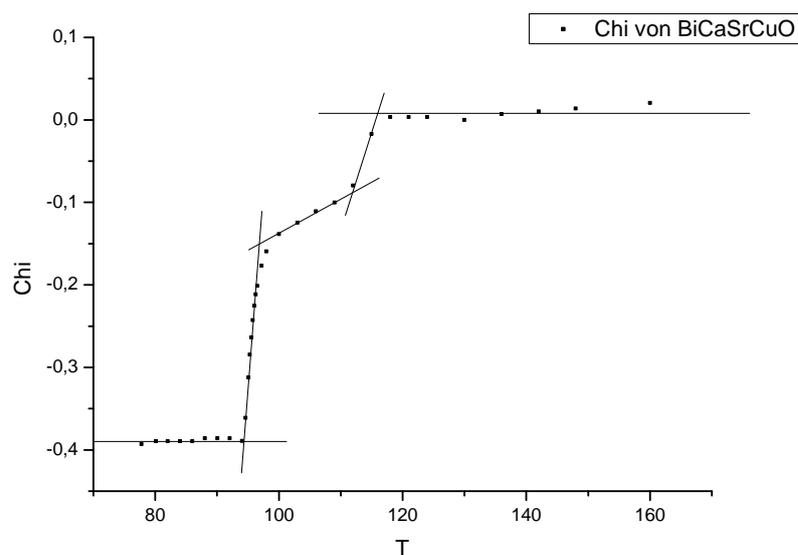


Abbildung 3: Suszeptibilität von BiSrCaCuO

Hier sieht man 2 Bereiche, in denen sich die Suszeptibilität stark ändert, einmal bei $(95, 6 \pm 1, 0)$ K und bei $(113, 9 \pm 2, 3)$ K. Das kommt wahrscheinlich daher, dass das Material nicht rein ist und zwei supraleitende Phasen besitzt. Die prozentuale Zusammensetzung des Gemisches ergibt sich ungefähr aus dem Verhältnis der Sprunghöhen zu:

$$\frac{x_1}{x_2} \approx \frac{\Delta\chi_1}{\Delta\chi_2} \approx \frac{29\%}{71\%} \approx 2,45$$

3.2 Blei

3.2.1 Eichung des Ge-Thermowiderstands

Dazu haben wir bei verschiedenen Temperaturen den Spannungsabfall über dem Widerstand aufgenommen. Mit dem Konstantstrom von $10 \mu\text{A}$ ließ sich daraus der Widerstand berechnen. Diesen trugen wir über der Temperatur, die wir mittels des Dampfdruckes bestimmt hatten, auf.

Druckdifferenz Torr	Dampfdruck Torr	Temperatur mittels Dampfdruck T/K
38	715	4.15
248	505	3.8
356	397	3.6
445	308	3.38
503	250	3.22
571	182	3
629	124	2.75
674	79	2.5
699	54	2.33
714	39	2.2

Spannung am Ge-Thermowid U/V	Widerstand R/Ohm	Temperatur mittels GeThermow. T/K
0.01214	1214	4.2
0.01453	1453	3.9
0.01671	1671	3.59
0.01926	1926	3.4
0.02153	2153	3.4
0.02565	2565	3.1
0.03171	3171	2.8
0.03921	3921	2.6
0.04846	4846	2.4
0.05867	5867	2.3

Abbildung 4: Berechnete Temperaturen bei denen das kritische Magnetfeld ermittelt wurde

Daraus haben wir eine Funktion extrapoliert. Da bei einem Halbleiter für tiefe Temperaturen $R(T) = R_0 \exp(-E_a/k_B T)$ gilt, haben wir einen Ansatz

$$R(T) = a \cdot e^{\frac{b}{T}}$$

gemacht. Mathematica hat die Konstanten zu

$$a = 237.275 \Omega$$

$$b = 7.05024 K$$

berechnet.

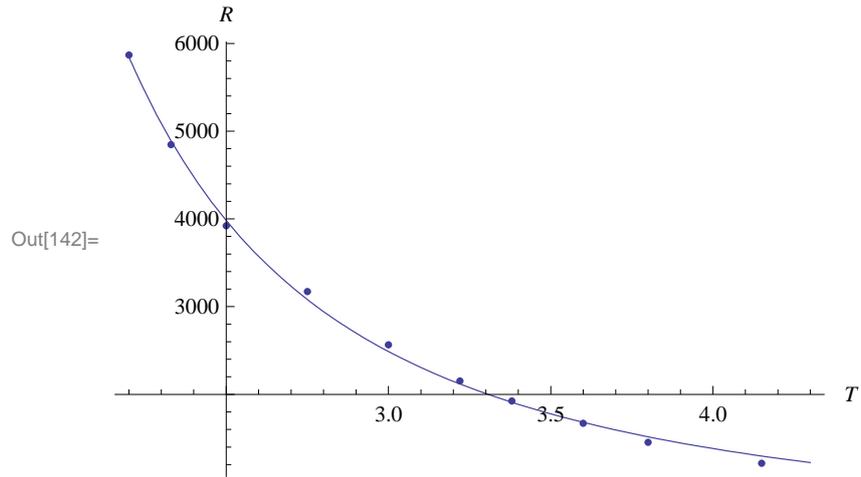
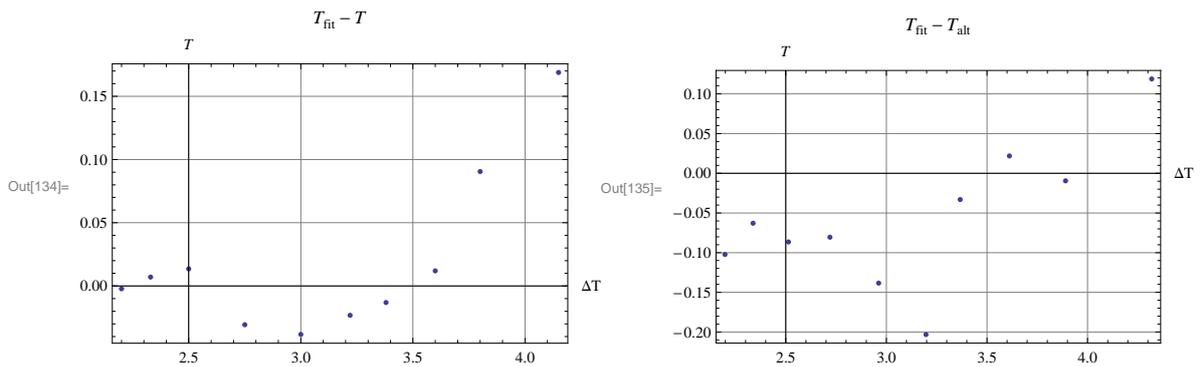


Abbildung 5: Messpunkte und Fit des Ge-Thermowiderstandes
 $R_{\text{fit}}(T) = 237.275 \cdot e^{\frac{7.05024}{T}}$

Wir haben dann die Gleichung zu $T_{\text{fit}}(R)$ umgestellt und die Abweichung von der Temperatur mittels Dampfdruck sowie der alten Eich-tabelle ermittelt.



(a) Abweichung von T_{fit} von der Temp. mittels Dampfdruck (b) Abweichung von T_{fit} von der alten Eich-tabelle

Abbildung 6: Die größte Abweichung beträgt in (a) 0.17 K und in (b) 0.2 K

Das ermitteln der Temperaturen aus den Tabellen (für Abbildung 4), hat sich als schwierig erwiesen. Denn die Einteilung ist bei beiden Varianten zu grob. Bei Messwerten, die mittig zwischen zwei angegebenen Werten lagen, haben wir auch die mittlere Temperatur gewählt. Obwohl wir wissen, dass der Verlauf nicht linear ist.

3.2.2 Phasendiagramm

Das kritische Magnetfeld erhielten wir grafisch, indem wir den Widerstand der Probe über dem Magnetfeld auftrugen und die Stelle bestimmten, an dem die Feldstärke genau den halben Wert der Plateaudifferenz einnimmt. Über der Temperatur dargestellt ergab sich Folgendes:

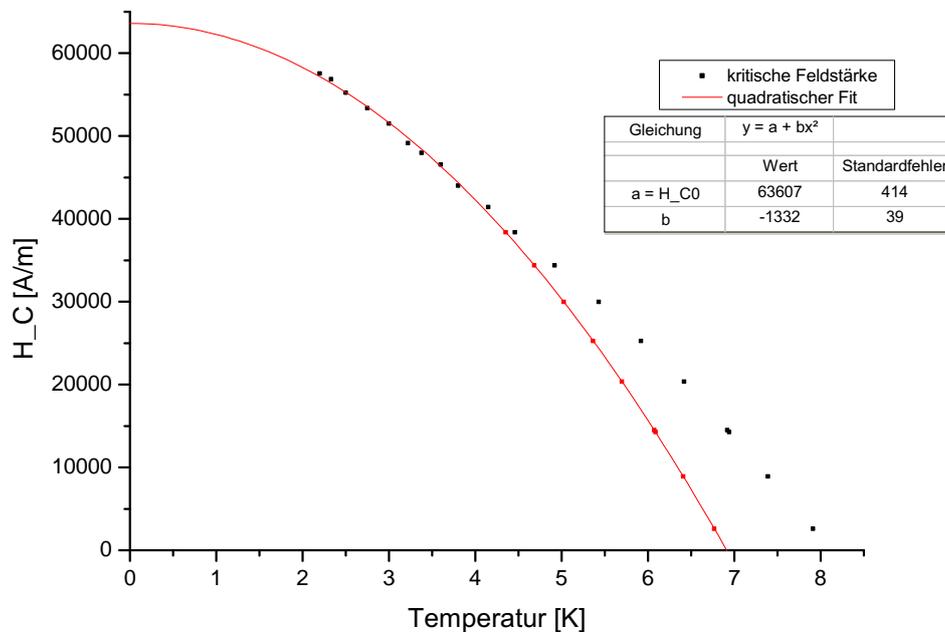


Abbildung 7: Phasendiagramm, die rot gezeichneten Punkte sind anhand der Parabel berechnet

Dabei wurde die Parabel erstellt, indem die Temperatur quadratisch aufgetragen wurde und für niedrige Temperaturen $T < 4,2 K$ die Ausgleichsgerade berechnet wurde. Die Gleichung der Parabel:

$$H_C = \left(63607 - 1332 \frac{T^2}{K^2} \right) \frac{A}{m}$$

Vergleich mit (1.1) ergibt die Parameter

$$H_C(0 K) = 63607 \frac{A}{m} \quad \text{und} \quad T_C = \sqrt{\frac{63607}{1332}} K = 6,91 K .$$

4 Ergebnis und abschließende Diskussion

Folgende Sprungtemperaturen haben wir für die HTSL erhalten:

	$T_{C,exp}/K$	$T_{C,theo}/K$	$\Delta T/K$	rel. Zusammensetzung
$YBa_2Cu_3O_7$	86,0	93	5,8	-
$Bi_2CaSr_2Cu_2O_3$	95,6	92	2	71 %
	113,9		4,6	29 %

Die Literaturwerte sind nur Richtwerte, denn wir fanden mehrere verschiedene Sprungtemperaturen für YBCO und keine für das BCSCO mit genau dieser Stoffkonfiguration, allerdings eine mit 8 mol Sauerstoff. Unsere experimentellen Werte liegen in der Nähe dieser Richtwerte.

Für Blei erhielten wir:

$T_{C,exp}/K$	$T_{C,theo}/K$	rel. Abweichung	H_{C0}/Am^{-1}
6,91	7,2	4,2 %	63607

Die Abweichung vom wahren Wert ist sehr gering, obwohl wir zur Auswertung nur die Messwerte bei tiefen Temperaturen benutzt haben. Für nachfolgende Experimente würden wir empfehlen, die verschiedenen zur Verfügung stehenden Thermometer zu eichen, um auch Temperaturen oberhalb 4,2 K korrekt zu vermessen. Ansonsten war das ein sehr interessanter Versuch und wir haben viel dabei gelernt.

5 Anhang

5.1 Herleitung der Bestimmungsgleichung für die Suszeptibilität

Für das Magnetfeld einer langen Zylinderspule mit Radius r_2 gilt $H = NI/l$, wobei N die Anzahl der Windungen, I die Stromstärke und l die Länge der Spule ist. Damit ergibt sich für eine, bis zum Radius r_1 ausgefüllte Spule

$$B(r) = \frac{\mu_0 N I}{l} (\mu_r \Theta(r - r_1) + \Theta(r - r_2) \Theta(r_1 - r))$$

Für eine Herleitung von χ dient nun die Formel der durch ein Magnetfeld induzierten Spannung.

$$\begin{aligned} u_i &= N \cdot \frac{d}{dt} \Phi \\ &= N \cdot \frac{d}{dt} \int_{A_{\text{Spule}}} B(r) dA \\ &= N \int_0^{2\pi} \int_0^{r_2} \frac{\partial B}{\partial t} r dr d\phi \\ &= 2\pi N \int_0^{r_2} \frac{\partial B}{\partial t} r dr \\ &= \frac{2\pi\mu_0 N^2}{l} \cdot \left[\int_0^{r_1} \mu_r r dr + \int_{r_1}^{r_2} r dr \right] \cdot \frac{dI}{dt} \\ &= \frac{2\pi\mu_0 N^2}{l} \cdot \left[\mu_r \frac{r_1^2}{2} + \frac{r_2^2}{2} - \frac{r_1^2}{2} \right] \cdot \frac{dI}{dt} \\ &= \frac{2\pi\mu_0 N^2}{l} \cdot \left[(\mu_r - 1) \frac{r_1^2}{2} + \frac{r_2^2}{2} \right] \cdot \frac{dI}{dt} \\ &= L_{\text{SU}} \cdot \frac{dI}{dt} \end{aligned}$$

Für die Spule ohne Kern ist die Induktivität

$$L_O = \frac{2\pi\mu_0 N^2}{l} \cdot \frac{r_2^2}{2}$$

Die Suszeptibilität errechnet sich dann zu

$$\begin{aligned} \frac{L_{\text{SU}}}{L_O} &= (\mu_r - 1) \frac{r_1^2}{r_2^2} + 1 \\ &= \chi \frac{r_1^2}{r_2^2} + 1 \\ \implies \chi &= \left(\frac{L_{\text{SU}}}{L_O} - 1 \right) \frac{r_2^2}{r_1^2} \end{aligned}$$