

21 November, 2008

Protokoll zum Versuch
Reaktor (RE)
im Fortgeschrittenenpraktikum

Klaus Steiniger, Alexander Wagner, Gruppe 850
klaus.steiniger@physik.tu-dresden.de, alexander.wagner2@mailbox.tu-dresden.de

Betreuer: Dr. B. Janutta

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
1.1	Kerne und Kernspaltung	3
1.2	Aufbau und Funktionsweise eines Kernreaktors	4
1.3	Reaktorkinetik	5
2	Durchführung	6
2.1	Reaktorstart	6
2.2	Steuerstabkalibrierung	7
3	Messwerte	7
3.1	Reaktorstart	7
3.2	Steuerstabkalibrierung	8
4	Auswertung	9
4.1	Reaktorstart	9
4.2	Steuerstabkalibrierung	10

1 Einleitung

1.1 Kerne und Kernspaltung

Die Bindungsenergien der Atomkerne werden beschrieben durch die Bethe-Weizsäcker-Formel:

$$E_{\text{Bindung}} = E_{\text{Volumen}} - E_{\text{Oberflaeche}} - E_{\text{Coulomb}} - E_{\text{Symmetrie}} \pm E_{\text{Paarbildung}}$$

Wobei

- E_{Volumen} : Beschreibt die Bindungsenergie zwischen den Nukleonen, die durch die Starke Wechselwirkung vermittelt wird.
- $E_{\text{Oberflaeche}}$: Berücksichtigt, das nicht jedes Nukleon nach allen Seiten Nachbarn besitzt. (im obigen Term nicht berücksichtigt)
- E_{Coulomb} : Abstoßung der Protonen durch elektrisches Potential.
- $E_{\text{Symmetrie}}$: Folgt aus Quantenmechanik, bisher wäre ein Atom nur aus Neutronen am stabilsten, da für sie der Coulombterm wegfällt. Der Symmetrieterm verhindert dies und berücksichtigt das Pauli-Prinzip (Fermionen mit identischen Quantenzahlen können nicht die selben Energieniveaus besetzen) so, dass bei einer Gleichverteilung von Protonen und Neutronen die Bindungsenergie am größten ist.
- $E_{\text{Paarbildung}}$: beruht auf Spinabsättigung und bevorteilt Kerne mit geraden Protonen und Neutronenzahlen

Für die Stabilität der Kerne ist vorallem der Coulombterm und für die Kernspaltung der Volumen und der Coulombterm wichtig. Der Coulombterm ist proportional zur Protonenanzahl Z und der Nuklidzahl A ($\propto Z^2/A^{1/3}$), aus ihm folgt auch, das nur Kerne mit einer Ordnungszahl kleiner 82 dauerhaft bestehen können.

Das zur Bethe-Weizsäcker-Gleichung gehörende Tröpfchenmodell des Atomkerns beschreibt eine Kernspaltung großer Elemente durch Neutronen folgendermaßen:

1. Der zunächst als homogen wackelpuddingartige angenommene Atomkern wird durch Auftreffen des Neutrons ins Schwingung versetzt.
2. Verformung zu einem Ellipsoiden. Die Vergrößerung der Oberfläche bewirkt eine Vergrößerung des Oberflächenterms. Außerdem vergrößert sich der Abstand zwischen den Nuklidenschwingungsbedingt und führt zu einer Verringerung des Volumenterms.
3. Der starke Abfall der Kernkraft führt zu einer Dominanz der Coulombkraft, die im Vergleich nur mäßig abfällt. Das treibt den Kern weiter auseinander und es kommt zu einer Einschnürung des Kerns.
4. Spaltung des Kerns

5. Die Überschussenergie wird durch β -Zerfall und Neutronenaussendung abgegeben

So kommt es, dass zum Beispiel beim Zerfall von ^{235}U im Mittel 2.5 Neutronen abgegeben werden. Deswegen kann die Spaltung von Uran zu einer Kettenreaktion führen, d.h. durch die Spaltung eines Atoms, können noch mehr Atome gespalten werden.

1.2 Aufbau und Funktionsweise eines Kernreaktors

Weil der Wirkungsquerschnitt für eine Spaltung von ^{235}U besonders hoch ist für langsame (thermische) Neutronen, müssen die aus der Spaltung entstehenden schnellen Neutronen erst moderiert werden, zum Beispiel in Wasser, damit eine Kettenreaktion stattfinden kann. Außerdem braucht man eine Mindestanzahl von ^{235}U Atomen (kritische Masse) damit die Wahrscheinlichkeit für eine Spaltung mit Spaltneutronen groß ist.

Um die Kettenreaktion beherrschen zu können, benötigt man noch ein stark neutronenabsorbierendes Material (z.B. Cadmium) welches in die Spaltzone ein- und ausgefahren werden kann. Der Prinzipaufbau eines Kernreaktors ist in Abbildung 1 dargestellt.

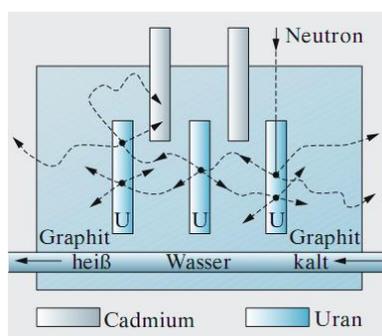


Abbildung 1: Prinzipaufbau eines Reaktors
(Quelle: Gerthsen Physik, 23. Auflage)

Der Zustand der Neutronenproduktion in einem Reaktor (N Anzahl der Neutronen) wird beschrieben durch den Multiplikationsfaktor k :

$$k = \frac{N_{\text{erzeugt}}}{N_{\text{verloren}} + N_{\text{gesamt}}} = \frac{\text{Neutronen zur Zeit } t + l}{\text{Neutronen zur Zeit } t}$$

Wobei mit l die Lebensdauer der Neutronen, von der Erzeugung bis zur abgeschlossen hervorgerufenen Spaltung, gemeint ist. Neutronen können in einem Reaktor zum Beispiel durch Absorption im Moderator oder in der Reaktorwand verloren gehen. Es wird jedoch versucht Letzteres durch Reflektoren wie Grafit zu verhindern.

Man nennt einen Reaktor für

- $k < 1$: unterkritisch, d.h. keine Kettenreaktion
- $k = 1$: kritisch, Kettenreaktion findet statt, Leistung ($\propto N$) bleibt konstant

- $k > 1$: überkritisch, Leistungsanstieg

Die Änderung von N pro Zeitintervall l lässt sich nun beschreiben mit

$$\frac{dN}{dt} = \frac{k \cdot N - N}{l}$$

Mit Trennung der Variablen folgt:

$$N(t) = N_0 e^{\frac{k-1}{l}t}$$

Setzt man jetzt noch $\rho = (k - 1)/k$ und $l^* = l/k$ so erhält man

$$N(t) = N_0 e^{\frac{\rho}{l^*}t}$$

Man nennt ρ die Reaktivität und sie wird beeinflusst durch die Stellung der Steuerstäbe.

1.3 Reaktorkinetik

Zur Lebensdauer der Neutronen ist noch folgendes zu sagen. Bei der Kernspaltung werden nicht sofort alle entstehenden Neutronen freigesetzt. Verzögerte Neutronen werden von hochangeregten Mutterkernen ausgesendet, mit einer Halbwertszeit $T_{1/2}$ von bis zu 56 s. Es gibt 6 Gruppen von Mutterkernen C_i ($i = 1, \dots, 6$) alle mit verschiedenen Zerfallskonstanten λ_i . Sie haben einen Anteil β_i am Gesamtanteil β der verzögerten Neutronen. Zur Vereinfachung der reaktorkinetischen Gleichungen betrachtet man die Verzögerten Neutronen als nur eine Gruppe mit, nach Häufigkeit, gemittelten Eigenschaften.

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\beta} \sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i}{\lambda_i}$$

Desweiteren wird ihre Lebensdauer auf $l_{verz} = 1/\lambda$ festgelegt, d.h. 63.1 Prozent der verzögerten Neutronen sind ausgesendet wurden. Um nun eine Gleichung herzuleiten die die Reaktordynamik beschreibt, also die Neutronendichte $n(t)$, macht man folgenden Ansatz:

$$\frac{dn}{dt} = \frac{dn_{prompt}}{dt} + \frac{dn_{verz}}{dt}$$

Nimmt man für die Mutterkerne ein exponentielles Zerfallsgesetz an und sagt, dass jeder Kern beim Zerfall ein Neutron aussendet, so folgt

$$\frac{dn_{verz}}{dt} = \lambda C$$

Für die Veränderung der prompten Neutronen wird ein Ansatz wie oben gemacht und damit ergibt sich:

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\rho - \beta}{l^*} n + \lambda C \quad (1.1)$$

$$\frac{dC}{dt} = \frac{\beta}{l^*} n - \lambda C \quad (1.2)$$

Unter der Voraussetzung das die Reaktivität sich Sprungartig ändert erhält man als Lösung:

$$n(t) = n_0 \left[\frac{\beta}{\beta - \rho} e^{\frac{\lambda \rho}{\beta - \rho} t} - \frac{\rho}{\beta - \rho} e^{-\frac{\beta - \rho}{l^*} t} \right]$$

Daraus lässt sich der wichtige Fall des verzögert überkritischen Reaktors herleiten. Für kleine Zeiten und der Voraussetzung $\rho < \beta$ kann der zweite Term vernachlässigt und der erste entwickelt werden. Man erhält:

$$k = \frac{\Delta n_{prompt}}{n_0} = \frac{\rho}{\beta - \rho}$$

Man sieht also das der Reaktor allein für die prompten Neutronen nicht überkritisch ist. Die Zeit bis zur Verdopplung der Leistung heißt Verdopplungszeit und beträgt $T_2 = \ln 2 (\beta - \rho) / \lambda \rho$. Dies ist ein Zustand der für alle Zeiten eingehalten werden sollte.

Will man eine Gleichung zur Berechnung der Reaktivität aus der Verdopplungszeit herleiten, so fasst man die Gruppen der verzögerten Neutronen nicht zusammen und macht folgenden Ansatz:

$$n(t) = n_0 e^{\omega t} \qquad C_i(t) = C_{0_i} e^{\omega t}$$

Dieser wird in Gleichung (1.1) eingesetzt und man erhält:

$$\rho(t) = \frac{l^* \cdot \ln 2}{T_2} + \sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i}{1 + \lambda_i T_2 / \ln 2} \qquad (1.3)$$

2 Durchführung

2.1 Reaktorstart

Der Reaktor wird, da wir keine Änderungen im Versuchsaufbau vorgenommen haben, im Wiederholungsstart angelassen. Nach Durchführung sicherheitsrelevanter Arbeitsschritte (u.A. kurzes Prüfen der Versuchsanlage auf Fehlfunktionen und Eintragungen im Betriebsjournal) wird also die Neutronenquelle hochgefahren, um einen Minimalwert des Neutronenflusses zu erreichen. Dieser wird benötigt, damit die Messgeräte auch in kurzer Zeit aussagekräftige Messwerte liefern. Die untere Spaltzonenhälfte haben wir nun hochgefahren und mit der oberen zu einer Masse überhalb der kritischen Masse zusammengesetzt. Die Steuerstäbe, die bis jetzt voll eingefahren waren, wurden nun soweit ausgefahren, dass der Reaktor bei einer Leistung von rund 1 W kritisch wurde. Dazu fuhren wir die Stäbe so schnell aus, dass wir kurzzeitig einen überkritischen Zustand erzeugten, und um durch gezieltes Anheben wieder die Kritikalität herzustellen. Das ist weniger zeitaufwändig als das Hochfahren im permanent unterkritischen Zustand.

Nun können die Dosisleistungen an verschiedenen Orten im Labor gemessen werden. Das Zählrohr wird dabei mit der Mantelfläche in den Photonenfluss gehalten. Beim Neutronendetektor besteht die Besonderheit darin, dass man erst nach ca. einer Minute

Messzeit einen nahezu konstanten und repräsentativen Messwert erhält.

Nach Beenden der Messungen wird der Reaktor wie oben beschrieben auf ungefähr 2 W gebracht, und die Messungen der Dosisleistungen wiederholen sich. Abschließend wird die Neutronenquelle wieder entfernt, denn im nachfolgenden Experiment benötigt man sie nicht.

2.2 Steuerstabkalibrierung

Die Steuerstäbe muss man kalibrieren, um Aussagen über deren Reaktivität zu machen. Hierzu nimmt man die Differentielle Reaktivitätsänderung über der Positionsänderung auf und kann dann neben der differentiellen auch die integrale Steuerstabkennlinie zeichnen. Aus letzter kann man die Überschussreaktivität ablesen, welche bei uns im Versuch nicht höher als 0,5 % sein darf. Die Methode, nach welcher wir hier kalibrieren, nennt sich Kompensationsmethode.

Der erste Steuerstab (Regelstab1 - RS1) wurde nun ganz eingefahren, während der dritte ganz aus der Spaltungszone entfernt wurde (unter der Beachtung, dass die Verdopplungszeit nicht zu klein, d.h. kleiner als 30 s, wird). Zum Kritikalisieren bei einer relativ geringen Leistung wurde schließlich RS2 auf eine feste Position gebracht, und während des gesamten Experiments nicht mehr bewegt.

Nun haben wir RS3 um ca. 800 Einheiten ausgefahren und nach einer Wartezeit von einer Minute die Verdopplungszeit gemessen. In dieser Zeit verdoppelt sich die Leistung des Reaktors, und damit auch die Impulsbilanz der detektierten Neutronen. Anschließend haben wir mittels RS1 den kritischen Zustand des Reaktors bei anfänglicher Leistung wieder hergestellt.

Im Folgenden wird der eben beschriebene Ablauf so lange ausgeführt, bis RS3 die Endposition von ca. 4000 Einheiten erreicht hat (ganz ausgefahren). Bei vollständiger (perfekter) Symmetrie müsste RS1 nun ganz eingefahren (0 Einheiten) sein. Anschließend haben wir die Reaktivitäten mittels (1.3) berechnet.

3 Messwerte

3.1 Reaktorstart

Brennstabposition im kritischen Zustand:

1. bei 0,96 W: (2828, 2810, 2055)
2. bei 2,07 W: (2852, 2810, 2055)

In der folgenden Tabelle sind alle Werte bis auf die Leistung in $\mu\text{Sv/h}$ angegeben. Die Indizes symbolisieren die Orte Reaktormantel(1), Steuerpult(2) und Tafel(3). Das Steuerpult hat hierbei eine relative Entfernung von 5,5 und die Tafel eine von 12 Schritten.

Leistung/W	γ_1	n_1	γ_2	n_2	γ_3	n_3
0,96	12 ± 1	$2,0 \pm 0,1$	$1,2 \pm 0,2$	$0,19 \pm 0,02$	$0,5 \pm 0,2$	$0,05 \pm 0,01$
2,07	19 ± 1	$3,9 \pm 0,1$	3 ± 1	$0,45 \pm 0,01$	$0,6 \pm 0,1$	$0,14 \pm 0,01$

Tabelle 1: Dosisleistung an den Orten 1, 2 und 3

3.2 Steuerstabkalibrierung

Zustand	Stab1	Stab2	Stab3	$T_{2,Leistung}/s$	$T_{2,Impulsrate}/s$
kr @ 0,36 W	3992	3388	0		
ükr kr	3435		815	176	176
ükr kr	2720		1568	103	103
ükr kr	1924		2384	73	74
ükr kr	1142		2315	79	81
ükr kr	0		3998	111	111

Tabelle 2: Kompensationsmethode

4 Auswertung

4.1 Reaktorstart

Aus den Messwerten kann man erkennen, dass mit Erhöhung der Reaktorleistung der Gamma-Dosiswert deutlich ansteigt, jedoch ist ein tendentieller Zusammenhang zwischen den beiden Größen nicht erkennbar, da pro Abstand nur zwei Wertepaare zur Auswertung zur Verfügung stehen. Bei Verdopplung der Reaktorleistung auf ca. 2W ändert sich die Gamma-Dosisleistung um den Faktor 1,58 bzw. 2,5 bzw. 1,2. Aufgrund der relativ großen statistischen Fehler der gemessenen Strahlungswerte könnte man aber auch 3mal den Faktor 2 erhalten, d.h. dass dieser Wert linear von der Reaktorleistung abhängt. Jedoch können wir diese Aussage aufgrund von nur dreimal zwei Messwerten als sehr vage bezeichnen, da man zwei Messpunkte durch nahezu alle möglichen Abhängigkeiten (z.B. quadratische, exponentielle, ...) approximieren kann. Auch lässt der hohe Fehler (teilweise bis zu 20% vom Messwert) keine präzisen Aussagen zu. Die Dosisleistung hängt vermutlich reziprok quadratisch mit dem Abstand zusammen, weshalb wir die folgende Grafik entsprechend erstellt haben:

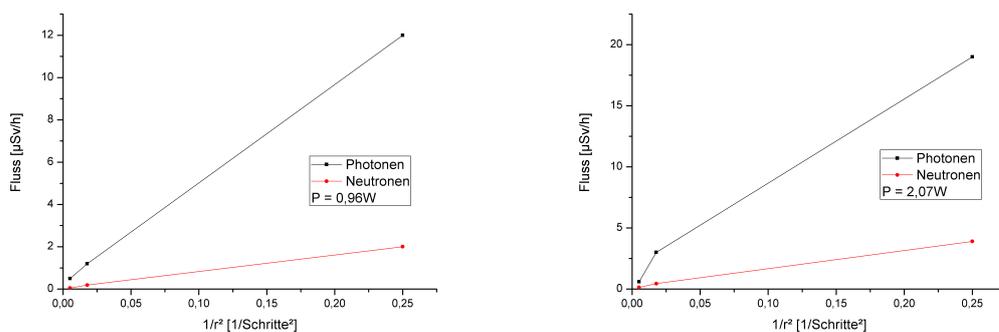
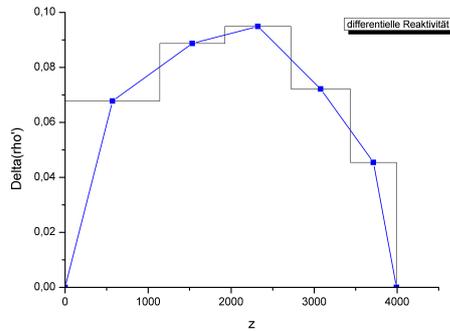


Abbildung 2: Dosisleistung bei 0,96W bzw. 2,07W

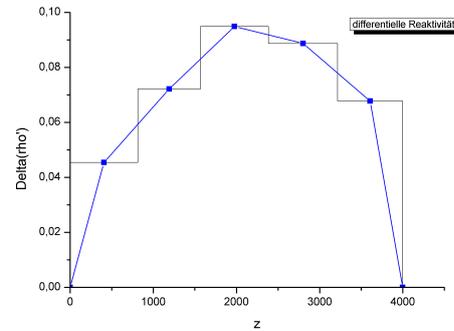
Es ergeben sich näherungsweise Geraden, weshalb wir uns in unserer Vermutung bestätigt fühlen. Jedoch auch hier wieder der Kommentar: Wir können mit drei Messwerten und recht großen Schwankungen keine sicheren und fundierten Aussagen treffen!

4.2 Steuerstabkalibrierung

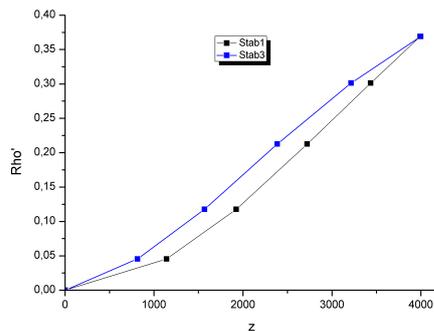
Anhand der aufgenommen Verdopplungszeit können wir nun die Reaktivitätsänderung direkt sowie die integrale Reaktivität durch Aufsummierung bestimmen und grafisch darstellen:



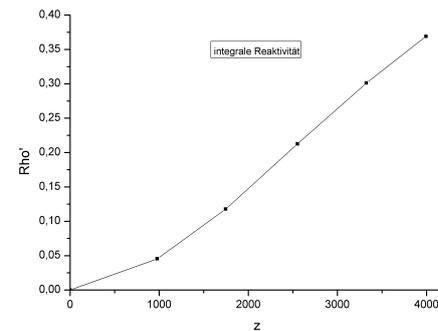
(a) Stab 1



(b) Stab 3



(c) Stab 1 und 3



(d) Stab 2

Abbildung 3: a), b) differentielle und c), d) integrale Reaktivität

Die erhalten Kurven für die differentielle Reaktivität entsprechen der Hutform der erwarteten Kurven, gleiches gilt für die S-Form der integralen Reaktivität. Der Maximalwert der Reaktivität für Stab 1, d.h. an $z = 3998$, ergibt sich zu:

$$\rho'_{max_3} = 36,90 c$$

Die Überschussreaktivität von Stab 2 im zweiten Versuch beträgt

$$\rho'_{ueber_2} = 6 c$$

Betrachtet man die Ausgangsstellung, so besitzt Stab 3 keine Überschussreaktivität (vollständig eingefahren). Es ergibt sich die gesamte Überschussreaktivität zu:

$$\begin{aligned}\rho'_{ueberschuss} &= \rho'_{max_1} + \rho'_{ueber_2} \\ &= 42.9 c\end{aligned}$$

Wir haben somit zu keiner Zeit die Vorgabe zum sicheren Betrieb $\rho' < 1 \$$ überschritten. Die Abschaltreaktivität errechnet sich aus $\rho'_{abschalt} = \rho'_{gesamt} - \rho'_{ueberschuss}$ mit

$$\begin{aligned}\rho'_{gesamt} &= \rho'_{gesamt_1} + \rho'_{gesamt_2} + \rho'_{gesamt_3} = 3 \cdot 36.9 c = 110.7 c && \text{folgt} \\ \rho'_{abschalt} &= 67.8 c\end{aligned}$$