

24. Oktober, 2008

Protokoll zum Versuch
Lebensdauer von Myonen (LM2)
im Fortgeschrittenenpraktikum

Klaus Steiniger, Alexander Wagner, Gruppe 850
klaus.steiniger@physik.tu-dresden.de, alexander.wagner2@mailbox.tu-dresden.de

Betreuer: Herr P. Steinbach

Protokoll vom 1. Januar 2009

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
1.1	Aufgabenstellung	3
1.2	Grundlagen	3
2	Durchführung	3
2.1	Geräte und Hilfsmittel	3
2.2	Hauptversuch	3
2.3	Bemerkung zu positiv und negativ geladenen Myonen	5
2.4	Vorversuche	5
3	Messwerte	6
4	Auswertung	7
4.1	Vorversuch 1: Kalibrierungsgerade	7
4.2	Vorversuch 2: Amplitudengleiche Koinzidenzmessung	7
4.3	Vorversuch 3: Messung von Myon-Pulsen	8
4.4	Vorversuch 4: Lichtleckmessung	9
4.5	Hauptversuch	10
4.5.1	MLL-Methode mit Exponentialverteilung	10
4.5.2	MLL-Methode mit Poissonverteilung	10
4.5.3	MLL-Methode mit Gaußverteilung	11
4.5.4	Bestimmung der Zerfallskonsten aus dem Spektrum	11
5	Zusammenfassung der Ergebnisse	12
6	Anhang	13

1 Einleitung

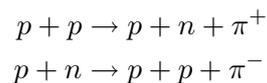
1.1 Aufgabenstellung

Ziel des Versuches ist es, das Zerfallsgesetz und die Lebensdauer von Myonen zu bestimmen.

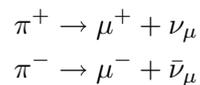
1.2 Grundlagen

Myonen sind Elementarteilchen der Art Leptonen. Für unseren Versuch beziehen wir sie aus der Höhenstrahlung.

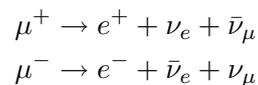
Dort entstehen sie, indem hochenergetische Protonen aus der kosmischen Strahlung mit Atomen in der Atmosphäre zusammenstoßen. Die einfachsten Reaktionen sind:



Die geladenen Pionen zerfallen vollständig innerhalb von $2.6 \cdot 10^{-6}$ s über die schwache Wechselwirkung:



Die entstanden Myonen bewegen sich hochgradig relativistisch und erreichen nur deswegen, trotz ihrer kurzen Lebensdauer von $\tau_\mu = (2.19703 \pm 0.00004) \cdot 10^{-6}$ s, die Erdoberfläche. Dort zerfallen sie selbst wieder:



Der Myonenzerfall genügt dem exponentiellen Zerfallsgesetz

$$N(t) = N(t_0) \cdot e^{-\frac{t-t_0}{\tau_\mu}}$$

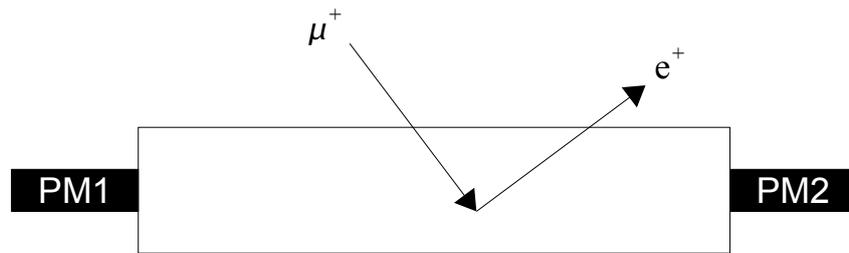
2 Durchführung

2.1 Geräte und Hilfsmittel

- Messapparatur (Szintillator mit Photomultipliern)
- Oszilloskop
- Time to Digital Converter
- PC zur Datenverarbeitung und Auswertung mittels eines vorgefertigten LabView Programmes
- Tuch

2.2 Hauptversuch

Grob: Die Lebensdauer der Myonen wird ermittelt, indem man sie im Szintillator stoppt und die Zeit misst zwischen ihrem Eintritt und dem Austritt der Zerfallsprodukte. Dann folgt eine statistische Analyse der gemessenen Zeiten.



Aufbau 2: ■ Photomultiplier □ Szintillator

Abbildung 1: Prinzipdarstellung des Messaufbaus

Genauer: Jedes geladene Teilchen, hier das Myon und das Zerfallsprodukt Elektron bzw. Positron, erzeugt beim durchqueren eines Szintillatormaterials einen Lichtblitz. Dieser wird zu den Photomultipliern geleitet, die wiederum je nach Energie und Anzahl der einfallenden Photonen ein Spannungspuls ausgeben. In unserem Versuch musste man darauf achten, dass die Ausgangsspannung beider Photomultiplier bei gleichen Ereignissen gleich groß ist (s. Vorversuch 1).

Photomultiplier: Ein einfallendes Photon löst aus einer Fotoplatte ein Elektron aus, dieses wird mittels eines elektrischen Feldes auf eine Dynode beschleunigt und löst dort ein oder mehrere Sekundärelektronen aus, welche wiederum auf eine Dynode beschleunigt werden usw. es entsteht eine Kaskade.

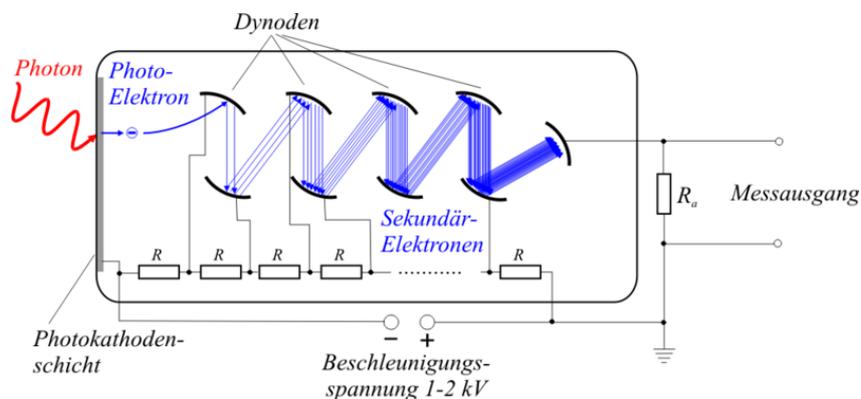


Abbildung 2: Prinzipschaltung eines Photomultipliers

Die Ausgangsimpulse der PMs werden an einen Diskriminator geleitet, der aus den Pulsen einheitlich geformte Signale macht und Impulse kleiner als 0,235 V unterdrückt (Rauschen). Um die Zeitmessung zu steuern wird noch eine Koinzidenzeinheit benötigt. Sie sendet das Start- und Stoppsignal an den TDC (Time to Digital Converter) welcher die gemessene Zeit an den Computer weiter leitet. Das Start- und Stoppsignal ist ein Impuls, der von PM1 und PM2 gleichzeitig kommt. Dieser wird ausgelöst durch ein eintreffendes Myon, durch eines der Zerfallsprodukte oder durch ein anderes geladenes Teilchen der Umweltradioaktivität. Des Weiteren dürfen zwischen dem Start- und dem Stoppsignal max. $10 \mu\text{s}$ liegen. So wird verhindert das Zeiten von nicht korrelierenden Ereignissen gemessen werden. Zum Beispiel könnte ein Myon nicht gestoppt werden, sondern hindurch fliegen oder eben ein anderes Teilchen das Signal verursachen. Anmerkung: Die Myonen Zählrate sollte ungefähr 35 s^{-1} betragen.

Der TDC kann eine Gesamtzeitdauer von $10 \mu\text{s}$ messen, mit einer Auflösung von 42 ns ($10 \mu\text{s}$ aufgeteilt auf 256 Kanäle).

In der Auswertung werden dann die Events pro Kanal Aufgetragen. Mittels der Max-Log-Likelihood-Methode wird dann eine mittlere Lebensdauer berechnet.

2.3 Bemerkung zu positiv und negativ geladenen Myonen

Für freie Myonen ist die mittlere Lebensdauer, bei positiv und negativ geladenen, gleich. Aber in Materie können die μ^- durch die Atomkerne eingefangen werden, was die mittlere Lebensdauer verkürzt. Im Szintillator liegen beide jedoch so dicht beieinander, dass die mittlere Lebensdauer beider ermittelt wird.

2.4 Vorversuche

In Vorbereitung auf das eigentliche Experiment haben wir einige Vorversuche durchgeführt, um die Messapparatur optimal einstellen zu können.

1. Zuerst haben wir eine Kalibrierungskurve (Kennlinie $U_{PM2} = f(U_{PM1})$) aufgenommen, um die beiden Photomultiplier aufeinander abzustimmen, so dass sie gleiche Pulse bei Anregung durch eine Diode liefern. Hierzu haben wir die Diode mit dem Frequenzgenerator verbunden und am Oszilloskop die Ausgangssignale der PM verglichen. U_{PM2} wurde dann in Abhängigkeit von U_{PM1} so nachgeregelt, dass die gemessenen Signale die gleichen Amplituden aufwiesen.
2. Im zweiten Vorversuch haben wir die Kennlinie der Photomultiplier aufgenommen, indem wir die Koinzidenzzählrate Z_{12} in Abhängigkeit von der Spannung U_{PM1} (U_{PM2} entsprechend Kalibrierungsgeraden nachgestellt) gemessen haben. Die Messzeit haben wir hierbei so festgelegt, dass der relative Fehler $\Delta N/N$ der Zählrate $\leq 2\%$ betrug. Aus der Kennlinie wird die Spannung für den Hauptversuch ermittelt, damit die Photomultiplier im Sättigungsbereich arbeiten.
3. Der dritte Vorversuch galt dem Ziel, das Spektrum der PM-Signale von Myon-Pulsen zu rekonstruieren. Dazu haben wir die beiden PM-Signale auf die Eingänge des Oszilloskops gelegt und das Koinzidenzsignal als Trigger verwendet (bei gleichzeitigem Auftreten von Ereignissen in PM1 und PM2 werden die PM-Signale auf dem Bildschirm abgebildet). Dann wurden die Pulshöhen mittels der Measure-Funktion am Oszilloskop im Standbild gemessen. Das haben wir 50 mal wiederholt und dann die Werte aufgetragen. Die Bethe-Bloch-Gleichung beschreibt den Energieverlust der Myonen in Materie, also erwarten wir ein Spektrum in Form der Landau-Verteilung, da ihr Mittelwert durch eben genannte Gleichung beschrieben wird.
4. Zuletzt haben wir noch den Versuchsaufbau auf Lichtecks untersucht, indem wir die Zählraten der PM in Abhängigkeit des Lichteinfalls auf die Apparatur untersucht haben. Die Zählraten haben wir so eingestellt, dass der relative Fehler $\Delta N/N \leq 2\%$ beträgt; die Lichtabhängigkeit konnten wir durch ein großes Tuch und einem vergleichbaren Stück Stoff (Pullover) realisieren. Bei einem signifikanten Lichteck erhöht sich die Zählrate merklich, so dass wir mit abgedecktem Versuchsaufbau eine wesentlich geringere Zählrate erhalten müssten.

Für VV2-VV4 haben wir als Beschleunigungsspannung für U_{PM1} 2000 V gewählt. U_{PM2} entsprechend der Kalibrierungsfunktion, also 1956 V.

3 Messwerte

Die Versuchszeit für VV2 ergibt sich folgendermaßen:

$$\Delta N/N \leq 2\% \text{ mit } \Delta N = \sqrt{N} \text{ folgt } N = 2500$$

Wir haben in einer Minute 1590 Ereignisse gezählt. Daraus ergibt sich eine Messzeit von $t = 105 \text{ s}$ in VV2. Für VV4 haben wir $t = 100 \text{ s}$ bestimmt damit bei einer Zählrate von 7460 min^{-1} der Fehler $\leq 1\%$ ist.

Vorversuch 1

U_PM1	U_PM2
1700	1695
1750	1730
1800	1775
1850	1823
1900	1875
1950	1919
2000	1965
2050	2011
2100	2056
2150	2068
2200	2123
2250	2163
2300	2196
2350	2234
2400	2262

Vorversuch 2

U_PM1	Z_12 (Koinzidenzzählrate)
1800	669
1850	1178
1900	1673
1950	2198
2000	2604
2050	2957
2100	3531
2150	4714
2200	7147
2250	11378
2300	18143
2350	28144
2400	41285

Vorversuch 3

U_PM1	U_PM2
0,72	5,48
6,2	0,56
0,84	2,56
4,84	0,68
1,64	0,44
2,16	1,68
5,92	0,48
2,72	0,36
1,32	3,04
1,16	2,88
4,56	0,36
1,68	3,32
5,24	0,52
0,48	2,28
1,2	1,44
1,68	1,64
4,48	0,84

U_PM1	U_PM2
1,08	1
1,64	3,56
0,96	2,36
1,84	2,48
5,2	0,72
5,36	0,56
1,52	1,8
1	0,64
1,16	1,24
0,68	5,64
1,08	4,04
0,76	0,56
1,96	1,12
4,4	0,44
1,2	4,56
0,84	3,6
1,96	1

U_PM1	U_PM2
3,2	0,44
2,72	0,36
3,64	0,32
5,04	0,52
1,6	0,88
5,4	0,66
3,84	0,68
0,48	0,92

U_PM1	U_PM2
1,6	1,04
1	2,32
5,64	0,48
1,08	2,48
2,48	0,4
2,44	0,68
3,12	1,6
5,64	0,64

Abbildung 3: Messwerte aus den Vorversuchen 1,2 und 3

4 Auswertung

Die Diagramme wurden mit Open Office Calc (VV 1,2) und Origin (VV 3 und HV) erstellt. Beide Programme nutzen zur Erstellung von Ausgleichsgeraden die χ^2 -Methode. (kleinste quadratische Abweichung)

4.1 Vorversuch 1: Kalibrierungsgerade

Die eingezeichneten Fehlerbalken sind Schätzungen. Sie ergaben sich aus den Schwierigkeiten beim Einstellen gleicher Impulsamplituden. Unter anderem durch Schwankung der Amplituden trotz Mittelwertbildung am Oszilloskop. Wir haben den absoluten Fehler auf $\Delta U = \pm 10 \text{ V}$ geschätzt.

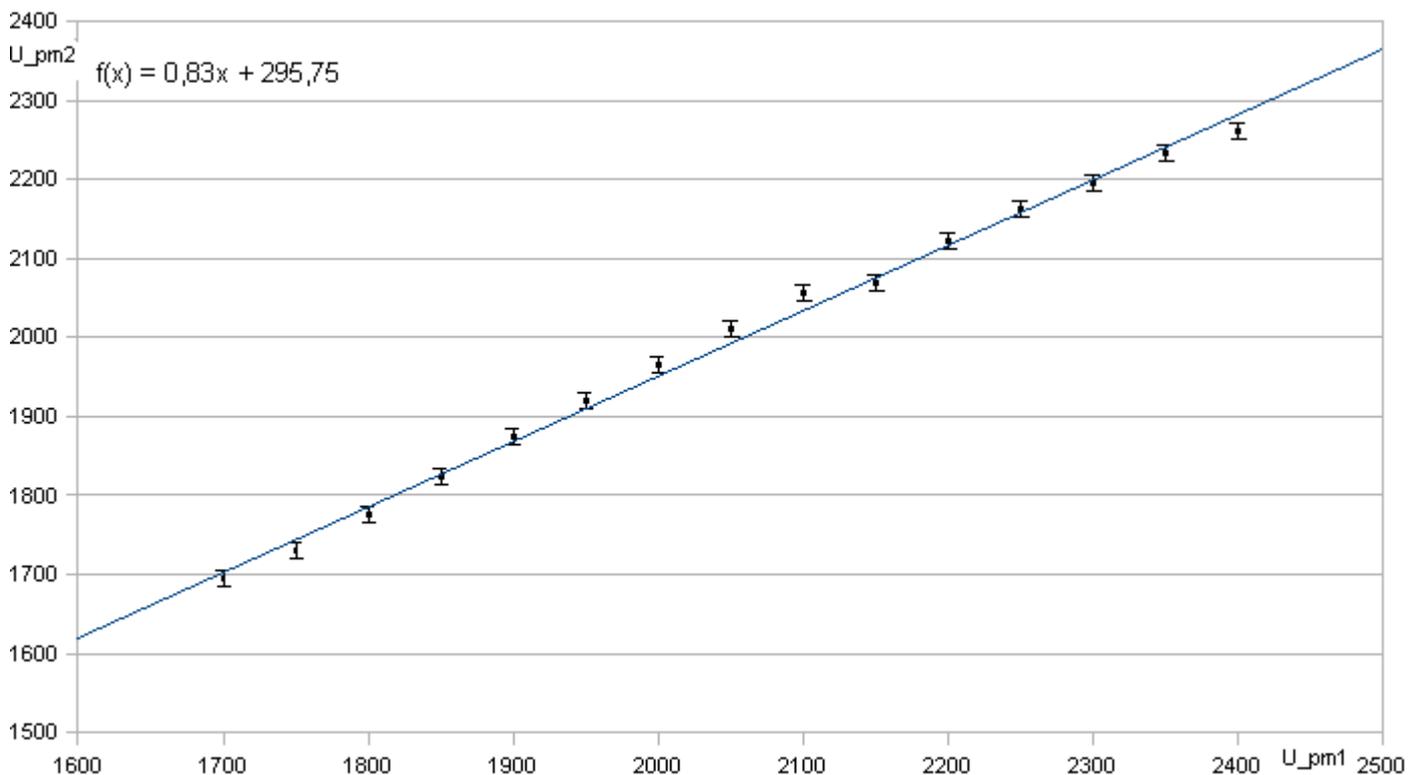


Abbildung 4: Kennlinie der Photomultiplier $U_{PM2} = f(U_{PM1})$

4.2 Vorversuch 2: Amplitudengleiche Koinzidenzmessung

In die Kennlinie lassen sich drei Bereiche hinein interpretieren.

Bereich 1 1800 V – 1950 V

Linearer Anstieg der Zählrate. Nicht jedes Photon aus dem Szintillator löst ein Elektron aus, das genug Energie hat um eine messbare Kaskade auszulösen.

Bereich 2 1950 V – 2050 V

Sättigungsbereich. Geringe bis gar keine Zunahme der Zählrate. Jedes Myon und jeder Myonzerfall löst eine Kaskade im PM aus. Da die Myonendichte und dadurch auch die Anzahl ihrer Zerfälle im Mittel zeitlich konstant ist, bewirkt eine Spannungserhöhung keine erhöhte Zählrate.

Für den Hauptversuch wählten wir eine Spannung von 2025V.

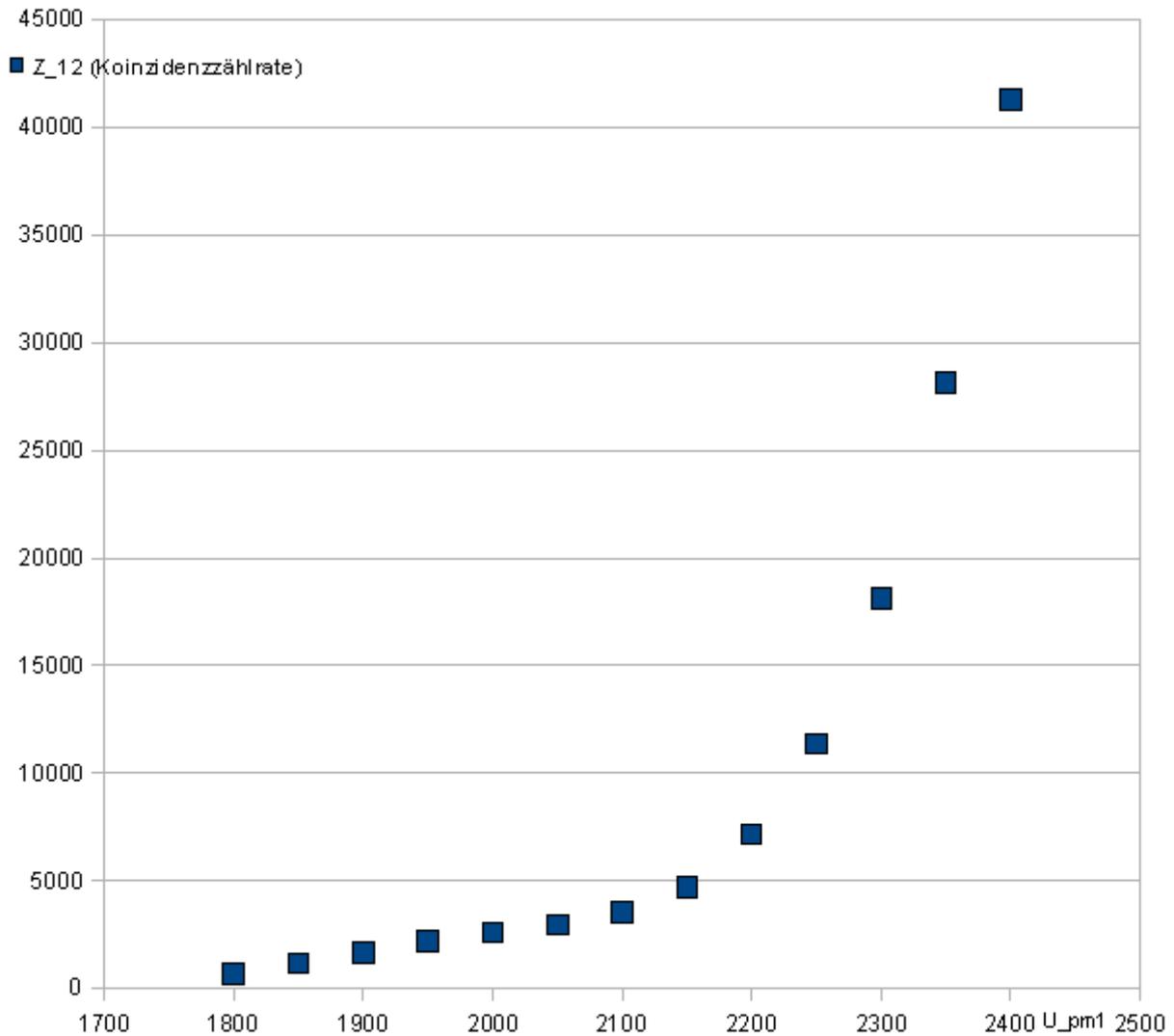


Abbildung 5: Koinzidenzzählrate in Abhängigkeit von U_{PM1}

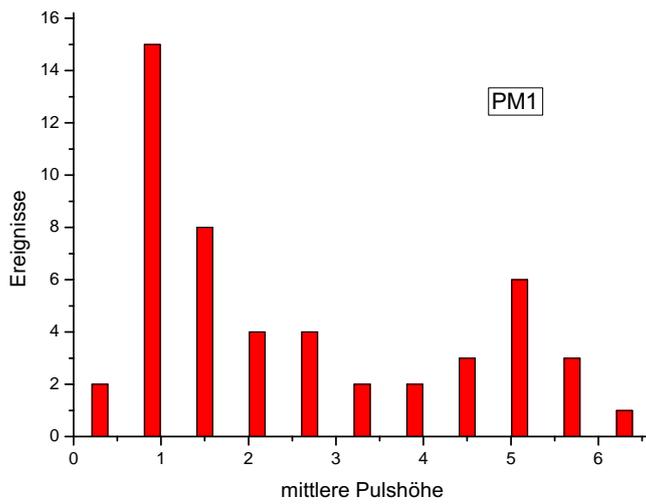
Bereich 3 ab 2050 V

Erneuter aber verstärkter Anstieg. Immer mehr Teilchen, also nicht nur Myonen und deren Zerfallsprodukte, erzeugen Elektronen im PM mit genügend Energie um eine Kaskade auszulösen.

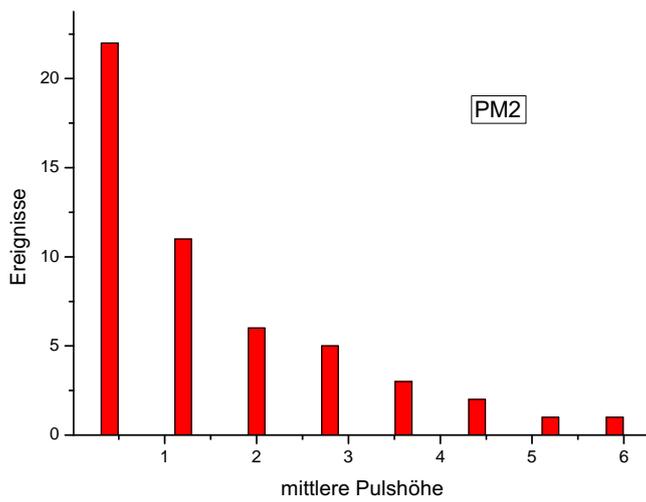
4.3 Vorversuch 3: Messung von Myon-Pulsen

Zum Auftragen wurden die Spannungshöhen zusammengefasst. Für U_{PM1} in 0.6 V und für U_{PM2} in 0.8 V Schritten. Die Anzahl der Ereignisse ist über den Intervallmitten aufgetragen. Im eingestellten Spannungsbereich des Photomultipliers, ist die ausgegebene Pulshöhe proportional zur Energie der auslösenden Teilchen, daher ergibt sich ein Zusammenhang zwischen Energieverlust und den Pulshöhen.

Die Spektren lassen die gewünschte Verteilung erahnen. Man erkennt leicht, dass der überwiegende Teil der Myonen einen Spannungspuls zwischen 0.4 V und 2.4 V auslöst. Die Diskriminatorschwelle liegt bei beiden PMs bei 0.235 V. Wir haben also keine Spannungspuls gemessenen der wirklich nah am Schwellbereich liegt, was darauf hinweist, dass wir die Untergrundstrahlung ausreichend Unterdrückt haben.



(a)



(b)

Abbildung 6: Spektrum der Spannungspulse an a) PM1 und b) PM2

4.4 Vorversuch 4: Lichtleckmessung

Messwerte

Ohne Tuch		
Zählrate PM1	16579	16430
Zählrate PM2	10706	10749

mit Tuch		
Zählrate PM1	16142	16393
Zählrate PM2	10773	10670

Abbildung 7: Zählraten bei der Lichtleckmessung

Auswertung Die Lichtleckmessung verlief Ereignislos. Die gemessenen Zählraten unterliegen einer Schwankung von max. 3%. Dies deutet nicht auf ein Lichtleck hin.

4.5 Hauptversuch

Die verwendeten Formeln sind in der Versuchsanleitung hergeleitet und von dort entnommen. Alle Berechnungen werden mit Mathematica durchgeführt. Der Code dafür befindet sich im Anhang.

4.5.1 MLL-Methode mit Exponentialverteilung

Für die Berechnung der Lebensdauer τ_1 mit Max-Log-Likelihood-Methode unter Annahme einer Exponentialverteilung ergibt sich:

$$\begin{aligned}\tau_1 &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^K \left(N_k \cdot t_k + \frac{T \cdot e^{-T/\tau_1}}{1 - e^{-T/\tau_1}} \right) \\ \sigma_1 &= \frac{1}{N} \sqrt{\sum N_k \cdot t_k^2}\end{aligned}\tag{4.1}$$

Gleichung (4.1) ist transzendent und wird numerisch mit dem Befehl `FindRoot[]` in Mathematica gelöst. Die Standardabweichung ganz normal berechnet.

$$\begin{aligned}\tau_1 &= 2.137 \cdot 10^{-6} \text{ s} \\ \sigma_1 &= 0.015 \cdot 10^{-6} \text{ s}\end{aligned}$$

4.5.2 MLL-Methode mit Poissonverteilung

Die Lebensdauer τ_2 errechnet sich, mit der Max-Log-Likelihood-Methode unter Annahme einer Poissonverteilung, indem man von

$$-2 \cdot \ln L = -2 \cdot \sum_k N_k \cdot \ln f_k(\tau)\tag{4.2}$$

(4.2) das Minimum bestimmt. Der Abszissenwert dort ist τ_2 . Das Minimum lassen wir uns mit `FindMinimum[]` in Mathematica ausrechnen. In Abbildung 8 sieht man die Zeichnung der Funktion.

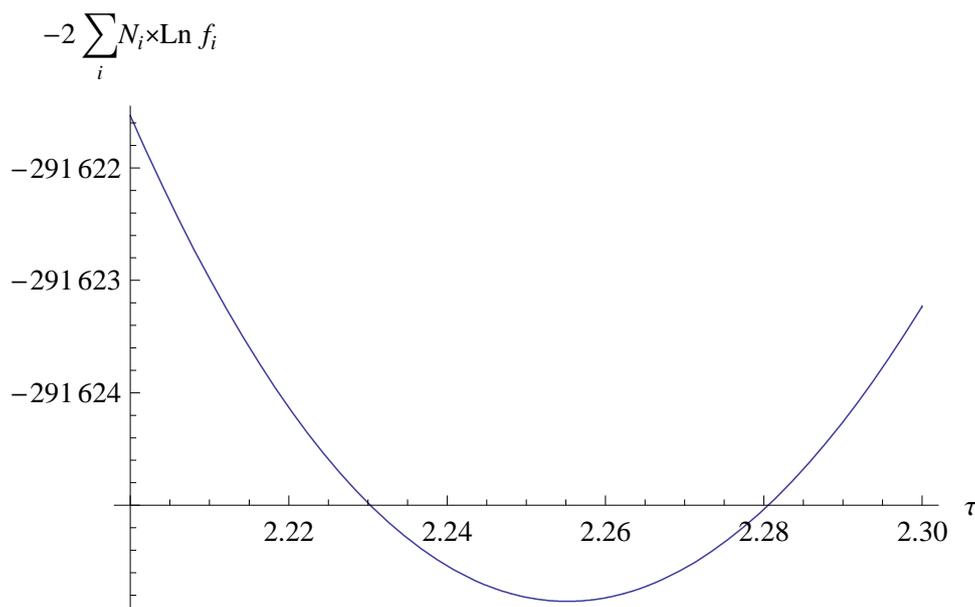


Abbildung 8: Plot der Max-Log-Likelihood Funktion für Poissonverteilung

Für die Standardabweichung gilt: $\sigma_2 = |\hat{\tau}_2 - \tau_2|$. Mit: (4.2) hat sich an $\hat{\tau}_2$ um 1 gegenüber τ_2 geändert.

$$\tau_2 = 2.255 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

$$\sigma_2 = 0.026 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

4.5.3 MLL-Methode mit Gaußverteilung

Die Lebensdauer τ_3 errechnet sich, mit der Max-Log-Likelihood-Methode unter Annahme einer Gaußverteilung, indem man von

$$\chi^2 = \sum_k \frac{(N_k - f_k)^2}{N_k} \quad (4.3)$$

(4.3) wieder das Minimum bestimmt. Für die Standardabweichung gilt das Selbe wie bei (4.2). Die Rechnung wird analog zu (4.2) mit Mathematica durchgeführt.

$$\tau_3 = 2.240 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

$$\sigma_3 = 0.027 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

Für τ_3 ist $\chi^2(\tau_3) = 94.56$ Einheiten.

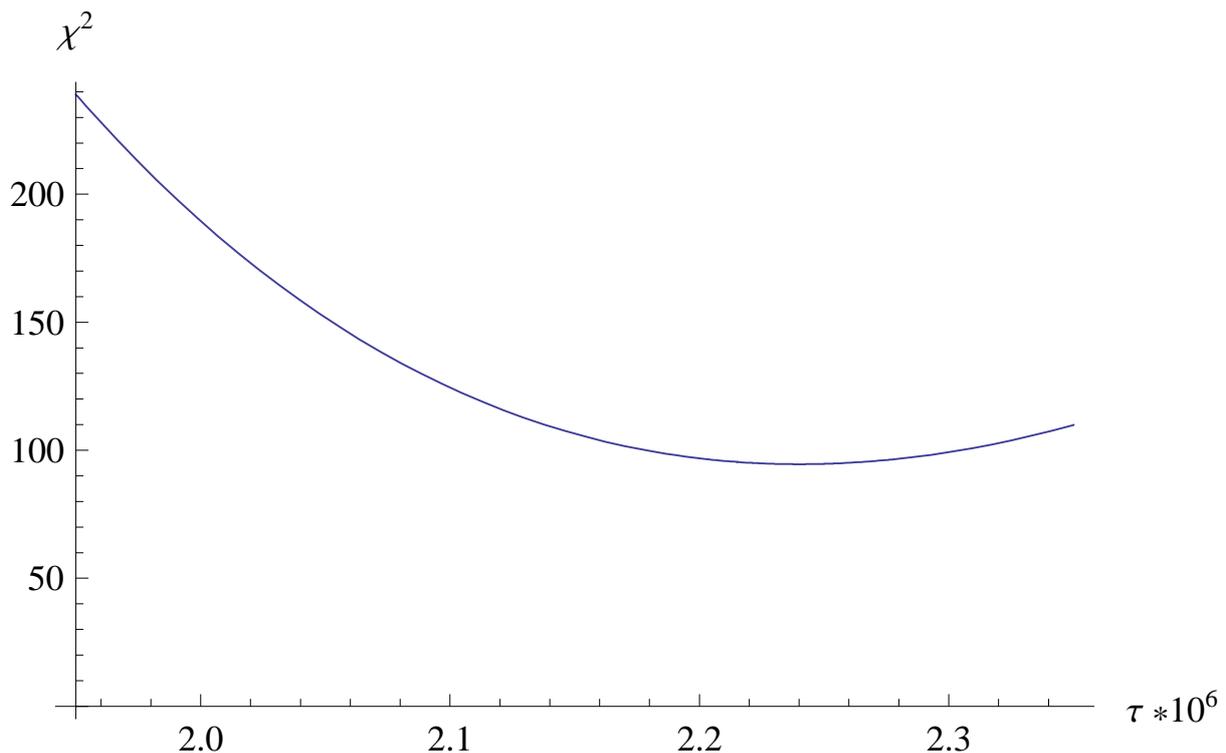


Abbildung 9: Plot der Max-Log-Likelihood Funktion für Gaußverteilung

4.5.4 Bestimmung der Zerfallskonsten aus dem Spektrum

Zusätzlich zu den Likelihood Methoden haben wir eine Lebensdauer τ_4 aus der Zerfallskonsten bestimmt, die sich aus dem Zerfallsspektrum ergibt. Dazu haben wir die Ereignisse logarithmisch über den Zerfallszeitpunkten aufgetragen und mit Origin eine Gerade, der Form $N(t) = a + b \cdot t$, approximiert. Weil für die Zahl der Zerfälle N gilt $N \propto e^{-t/\tau_4}$, ergibt sich $\tau_4 = -1/b$.

Die Werte a und b ermittelt Origin mittels χ^2 -Methode. Es lassen sich dafür ganz allgemein

Bestimmungsgleichungen herleiten. Der Fehler des Anstiegs wird durch Fehlerfortpflanzung, der Bestimmungsgleichung, aus dem Fehler der y-Werte erhalten (für alle y-Werte als gleich angenommen). Der Fehler des y-Werts entspricht der Standardabweichung der Verteilung der realen y-Werte (Messwerte) um die Gerade, soll heißen:

$$\Delta y = \sqrt{\frac{1}{\text{Anzahl Kanäle} - 1} \cdot \sum_{\text{Kanäle}} (\text{Ereignisse im Kanal} - \text{approximierter Wert im Kanal})^2}$$

Aus dem Fehler für den Anstieg Δb lässt sich nun über die Beziehung $-b = 1/\tau_4$ der Fehler für die Lebensdauer zu $\sigma_4 = \Delta b/b^2$ bestimmen.

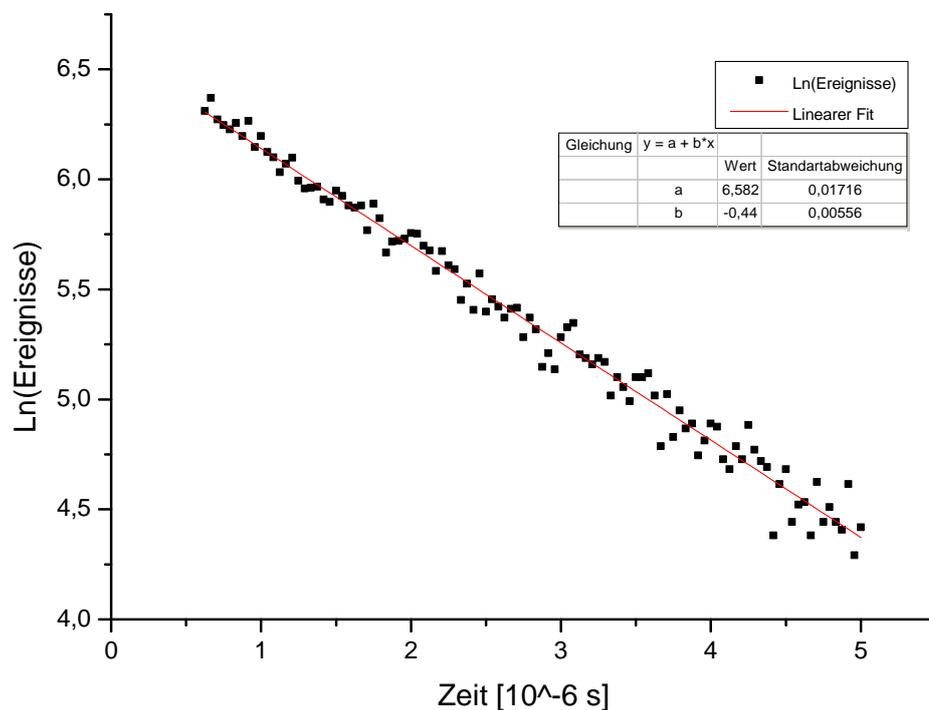


Abbildung 10: Fit des Zerfallsspektrums mit $b = -0.44211$ und $\Delta b = 0.00566$

Man erhält damit nun:

$$\tau_4 = 2.262 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

$$\sigma_4 = 0.028 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

5 Zusammenfassung der Ergebnisse

Eine Zusammenfassung der Erhalten Lebensdauern bietet folgende Tabelle.

	Methode	Lebensdauer in 10^{-6} s	Abweichung 10^{-6} s
1	MML-Exponentialvert.	2.137	0.015
2	MML-Poissonvert.	2.255	0.026
3	MML-Gaussvert.	2.240	0.027
4	Best. d. Zerfallsk.	2.262	0.028

Die verschiedenen Auswertmethoden zeigen Differenzen von bis zu $0.1 \mu s$. Aber alle ermittelten Zerfallszeiten liegen in dem Bereich des theoretisch vorhergesagten Wertes, der in der Versuchsanleitung mit $\tau_{the} \approx (2.1 \pm 0.1) \cdot 10^{-6} s$ angegeben ist.

6 Anhang

Die Mathematica Notebooks für die Berechnungen befinden sich auf den nächsten Seiten, in folgender Reihenfolge:

1. MML-Exponentialvert.
2. MML-Poissonvert.
3. MML-Gaussvert.

Exponentialverteilung

Setzen der Variablen

ni = Anzahl der Ereignisse im Kanal i (Liste)

ti = Zeitindex des i - ten Kanals (Liste)

$$n = \text{Total}[ni]$$

$$25\ 843$$

Gesamtzeit T:

$$\text{grost} = 106 / 24$$

$$\frac{53}{12}$$

$$12$$

Bestimmung der Lebensdauer

$$\text{FindRoot}\left[x == \frac{1}{n} * \text{Total}\left[ni * ti + \frac{\text{grost} * e^{-\frac{\text{grost}}{x}}}{1 - e^{-\frac{\text{grost}}{x}}}\right], \{x, 0.1\}\right]$$

$$\{x \rightarrow 2.13654\}$$

Bestimmung der Standardabweichung

$$N\left[\frac{1}{n} * \sqrt{\text{Total}[ni * ti^2]}\right]$$

$$0.015134$$

Poissonverteilung

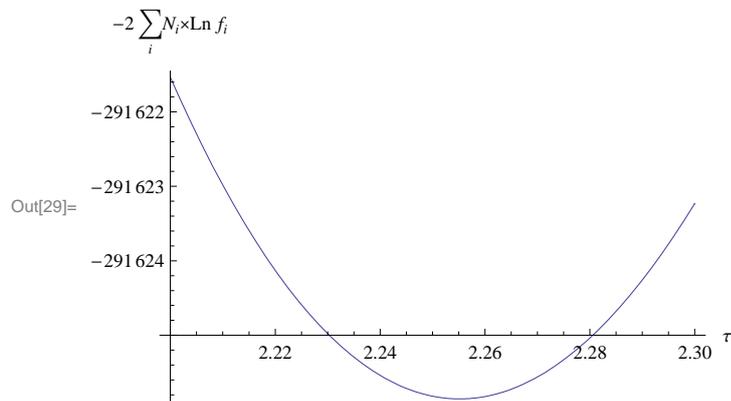
Setzen der Variablen

ni = Anzahl der Ereignisse im Kanal i

ti = Zeitindex des i - ten Kanals

Erstellen des Plots

```
In[29]:= Plot[-2 * Total[ni * Log[ $\left(\frac{\text{Total}[ni]}{e^{-\frac{0.625}{x}} - e^{-\frac{5+1/24}{-x}}}\right) * \frac{1}{24 * x} * e^{-\frac{ti+1/48}{x}}$ ]],  
{x, 2.2, 2.3}, AxesLabel -> {"τ", "-2 ∑i Ni * Ln fi"}]
```



Ermittlung des Minimums

```
FindMinimum[-2 * Total[ni * Log[ $\left(\frac{\text{Total}[ni]}{e^{-\frac{0.625}{x}} - e^{-\frac{5+1/24}{-x}}}\right) * \frac{1}{24 * x} * e^{-\frac{ti+1/48}{x}}$ ]], {x, 2}]  
{-291626., {x -> 2.25517}}
```

Ermittlung des Punktes mit Änderung 1

```
FindRoot[-291625.8545663209 + 1 == 2 * Total[-ni * Log[ $\left(\frac{\text{Total}[ni]}{e^{-\frac{0.625}{x}} - e^{-\frac{5+1/24}{-x}}}\right) * \frac{1}{24 * x} * e^{-\frac{ti+1/48}{x}}$ ]], {x, 2.2}]  
{x -> 2.2283}
```

Gaußverteilung

Setzen der Variablen

```
In[42]:= ni = {550, 584, 530, 516, 506, 521, 491, 526, 467, 491, 457, 446, 417, 433, 445, 401, 387, 388,
 390, 368, 364, 383, 374, 358, 355, 358, 320, 361, 338, 289, 304, 305, 308, 316, 315,
 298, 292, 266, 291, 273, 268, 233, 251, 223, 263, 221, 234, 226, 215, 224, 225, 197,
 215, 204, 172, 183, 170, 197, 206, 210, 182, 179, 174, 179, 176, 151, 164, 157, 147,
 164, 164, 167, 151, 120, 152, 125, 141, 130, 133, 115, 123, 133, 131, 113, 108, 120,
 113, 132, 118, 112, 109, 80, 101, 108, 85, 92, 93, 80, 102, 85, 91, 85, 82, 101, 73, 83}
ti = {0.63, 0.67, 0.71, 0.75, 0.79, 0.83, 0.88, 0.92, 0.96, 1., 1.04,
 1.08, 1.13, 1.17, 1.21, 1.25, 1.29, 1.33, 1.38, 1.42, 1.46, 1.5, 1.54,
 1.58, 1.63, 1.67, 1.71, 1.75, 1.79, 1.83, 1.88, 1.92, 1.96, 2., 2.04,
 2.08, 2.13, 2.17, 2.21, 2.25, 2.29, 2.33, 2.38, 2.42, 2.46, 2.5, 2.54,
 2.58, 2.63, 2.67, 2.71, 2.75, 2.79, 2.83, 2.88, 2.92, 2.96, 3., 3.04,
 3.08, 3.13, 3.17, 3.21, 3.25, 3.29, 3.33, 3.38, 3.42, 3.46, 3.5, 3.54,
 3.58, 3.63, 3.67, 3.71, 3.75, 3.79, 3.83, 3.88, 3.92, 3.96, 4., 4.04,
 4.08, 4.13, 4.17, 4.21, 4.25, 4.29, 4.33, 4.38, 4.42, 4.46, 4.5,
 4.54, 4.58, 4.63, 4.67, 4.71, 4.75, 4.79, 4.83, 4.88, 4.92, 4.96, 5.}
```

Berechnen des Minimums

```
In[44]:= FindMinimum[Total[
$$\frac{\left( ni - \left( \frac{\text{Total}[ni]}{e^{-\frac{0.625}{x}} - e^{-\frac{5+1/24}{-x}}} \right) * \frac{1}{24*x} * e^{-\frac{ti+1/48}{x}} \right)^2}{ni}$$
], {x, 2.25}]
```

```
Out[44]= {94.5646, {x -> 2.2401}}
```

Standartabweichung

```
In[46]:= FindRoot[94.56459893254234 + 1 == Total[
$$\frac{\left( ni - \left( \frac{\text{Total}[ni]}{e^{-\frac{0.625}{x}} - e^{-\frac{5+1/24}{-x}}} \right) * \frac{1}{24*x} * e^{-\frac{ti+1/48}{x}} \right)^2}{ni}$$
], {x, 2.3}]
```

```
Out[46]= {x -> 2.26739}
```

Erstellen des Plots

```
In[45]:= Plot[Total[
$$\frac{\left( ni - \left( \frac{\text{Total}[ni]}{e^{-\frac{0.625}{x}} - e^{-\frac{5+1/24}{-x}}} \right) * \frac{1}{24*x} * e^{-\frac{ti+1/48}{x}} \right)^2}{ni}$$
],
{x, 1.95, 2.35}, AxesLabel -> {"τ * 106", χ2}, AxesOrigin -> {1.95, 0}]
```

