

2. Januar 2009

Protokoll zum Versuch
Elektrische Leitfähigkeit und HALL-Effekt (HA)
im Fortgeschrittenenpraktikum

Klaus Steiniger, Alexander Wagner, Gruppe 850
klaus.steiniger@physik.tu-dresden.de, alexander.wagner2@mailbox.tu-dresden.de

Betreuer: Herr Allardt

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
1.1	Grundlagen	3
1.1.1	Halbleiter	3
1.1.2	Leitfähigkeit und Beweglichkeit	3
1.1.3	HALL-Effekt und HALL-Konstante	4
2	Durchführung	5
2.1	Aufgabenstellung	5
2.2	Versuchsaufbau	5
2.2.1	Geräte und Hilfsmittel	5
2.2.2	Skizze des Versuchsaufbaus	6
2.3	Versuchsdurchführung	6
2.3.1	Temperatur im Probenraum	6
2.3.2	Manuelle Messung der Leitfähigkeit	6
2.3.3	Manuelle Messung der HALL-Konstanten	6
2.3.4	Computergestützte Messung	7
3	Messwerte	7
4	Auswertung	7
4.1	Manuelle Messungen	7
4.2	Computergestützte Messungen	9

1 Einleitung

1.1 Grundlagen

1.1.1 Halbleiter

Halbleiter sind Festkörper in deren Energiebänderspektrum zwischen dem Energieband der Valenzelektronen und dem der frei beweglichen Elektronen eine Bandlücke existiert. Man nennt sie auch den verbotenen Bereich indem keine Elektronenenergien liegen dürfen. Außerdem liegt in diesem Bereich die Fermienergie.

Unterteilt man die Halbleiter nach Leitungsmechanismen, so gibt es im wesentlichen drei Arten: Eigenleiter, n-Leiter und p-Leiter.

- **Eigenleiter:**
Sie besitzen eine Bandlücke der Größe E_G . Durch Absorption thermischer Energie können Elektronen die Bandlücke überwinden und in das Leitungsband gelangen. Die Ladungsträgerkonzentration n_i im Leitungsband ist also stark Temperaturabhängig. Es gilt $n_i \propto T^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{E_G}{2kT}}$
- **n-Leiter:**
Sie entstehen durch Dotierung von Eigenleitern mit einem höher wertigen Element. Dadurch wird in die Bandlücke ein neues Niveau E_D gebracht, das nahe am Leitungsband E_L liegt. Somit ist bei niedrigen Temperaturen die Elektronendichte n im Leitungsband größer. Hier gilt: $n \propto T^{3/4} e^{(E_D - E_L)/2kT}$. Bei steigender Temperatur erreicht die Ladungsträgerkonzentration im Leitungsband zunächst einen konstanten Wert (Erschöpfungsbe- reich). Dort sind die, durch die Dotierung, zusätzlichen eingebrachten Elektronen 'aufge- braucht'. Bei weiter steigender Temperatur schließt sich ein Verhalten wie bei der Eigen- leitung an an.
- **p-Leiter:**
Hier wird mit einem niederwertigen Element dotiert. Dadurch entsteht ein Energieniveau nah am Valenzband. Da die Ladungsträger bei p-leitern im wesentlichen Löcher sind, ist ihr Temperaturverhalten ähnlich dem der n-Leiter.

1.1.2 Leitfähigkeit und Beweglichkeit

Die Leitfähigkeit eines Materials ist definiert über das Ohm'sche Gesetz: $\mathbf{E} = \sigma \mathbf{j}$. Sie ist abhängig von der Ladung q , der Dichte n und der Beweglichkeit μ der Ladungsträger: $\sigma = qn\mu$. Die Beweglichkeit der Ladungsträger ist natürlich Temperaturabhängig und dadurch auch die Leitfähigkeit. Es gilt folgende Abhängigkeit:

$$\begin{aligned} \mu &\propto T^{\frac{3}{2}} && \text{für tiefe Temperaturen, entspricht der Streuung an ionisierten Störstellen} \\ \mu &\propto T^{-\frac{3}{2}} && \text{dominanter Effekt bei höheren Temperaturen, durch thermische Streuung} \end{aligned}$$

Für den Temperaturverlauf der Leitfähigkeit bei einem n-Halbleiter erwartet man nun folgendes:

1. Bei kleinen Temperaturen einen Anstieg mit zunehmender Temperatur, aufgrund der zunehmenden Anzahl und Beweglichkeit der Elektronen.
2. Im Erschöpfungsbereich bleibt die Anzahl der Elektronen konstant; jedes Atom des Dotiermaterials wird ionisiert. Die Beweglichkeit der Elektronen nimmt bereits wieder ab, also auch die Leitfähigkeit.
3. Schließlich steigt die Leitfähigkeit bei hohen Temperaturen wieder an, da die Elektronenzunahme im Eigenleitungsbereich die Beweglichkeitsabnahme übertrifft. (stärkeres Wachstum der e -Funktion)

Berechnen lässt sich die Leitfähigkeit bei konstanter Temperatur als Kehrwert des spezifischen Widerstands und es ergibt sich bei der im Versuch gegebener Geometrie folgende Gleichung:

$$\sigma = \frac{\ln 2}{\pi d} \frac{I_{12}}{U_{34}}$$

1.1.3 HALL-Effekt und HALL-Konstante

Vermöge der LORENTZ-Kraft $\mathbf{F}_L = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$ erfahren Ladungsträger durch ein äußeres Magnetfeld B eine Ablenkung senkrecht zur Bewegungsrichtung. Durch das wirken dieser Kraft findet im Leiter eine Ladungstrennung statt. Diese bewirkt ein Elektrisches Feld, das HALL-Feld \mathbf{E}_H welches der Kraft entgegenwirkt. Bei einer Betrachtung für viele Ladungsträger ist \mathbf{v} durch die mittlere Geschwindigkeit $\bar{\mathbf{v}}$ zu ersetzen. In einem endlich ausgedehnten Metall würde durch die Ladungsträgeransammlung auf einer Seite das HALL-Feld die Kraft kompensieren $q(\mathbf{E}_H + \bar{\mathbf{v}} \times \mathbf{B}) = \mathbf{0}$. Im idealen Halbleiter, d.h. gleiche Beweglichkeit von Elektronen und Löchern, würde es gar kein HALL-Feld geben, da die Löcher und die Elektronen sich auf der selben Seite sammeln und dadurch rekombinieren.

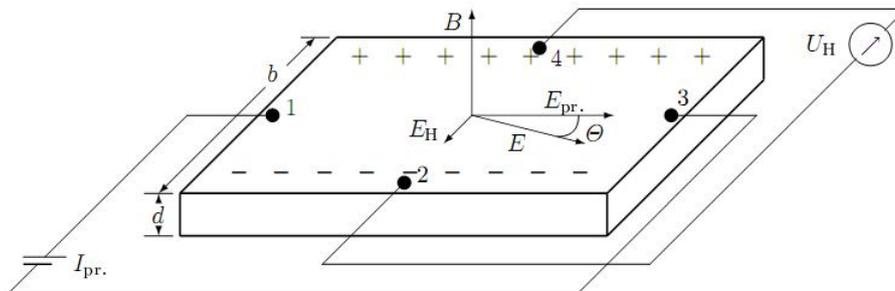


Abbildung 1: Veranschaulichung des HALL-Effekts

Für kleine Magnetfelder gilt näherungsweise der Zusammenhang $E_H = R_H j_{pr} B$ mit dem Betrag des Primärstromes j_{pr} , erzeugt durch $\mathbf{j}_{pr} = \sigma \mathbf{E}_{pr}$, und der HALL-Konstanten R_H . Sie ist eine Materialkonstante und lässt sich berechnen aus (s. Versuchsanleitung)

$$R_H = \frac{p\mu_p^2 - n\mu_n^2}{(p\mu_p + n\mu_n)^2} \frac{1}{e}$$

Mit den Ladungsträgerdichten und Beweglichkeiten für Elektronen (n) und Löchern (p). Bezieht man alles wieder auf die gegebene Geometrie, erhält man die Hallkonstante auch durch Messen der Hallspannung bei verschiedenen gepolten Magnetfeldern, und es ergibt sich:

$$R_H = \frac{d}{2B} \left(\left. \frac{U_{13}}{I_{24}} \right|_B - \left. \frac{U_{13}}{I_{24}} \right|_{-B} \right)$$

2 Durchführung

2.1 Aufgabenstellung

1. Machen Sie sich mit dem Messaufbau vertraut.
2. Überprüfen Sie die Kontakte der Probe und die Verschaltung des Probenhalters.
3. Ermitteln Sie *manuell* die Temperatur im Probenraum.
4. Messen Sie an einem Halbleiter-Einkristall *manuell*
 - a) die elektrische Leitfähigkeit bei Raumtemperatur (RT) und
 - b) den Hall-Koeffizienten bei RT und konstantem Magnetfeld.
5. Messen Sie an einem Halbleiter-Einkristall *computergestützt*
 - a) die Temperaturabhängigkeit der spezifischen elektrischen Leitfähigkeit im Bereich von 77–400 K und
 - b) die Temperaturabhängigkeit des Hall-Koeffizienten im Bereich von 77–400 K bei konstantem Magnetfeld.
6. Stellen Sie die Abhängigkeiten σ und R_H von T graphisch sinnvoll dar.
7. Weisen Sie den jeweiligen Leitungsmechanismus in den verschiedenen Temperaturbereichen aus, bestimmen Sie im Gebiet der Störstellenererschöpfung die Ladungsträgerkonzentration und ermitteln Sie die Beweglichkeit der Ladungsträger im Gebiet der Störstellenererschöpfung.

2.2 Versuchsaufbau

2.2.1 Geräte und Hilfsmittel

- 1 Tesla Magnet mit Kalibrierkurve
- Stromversorgungsgerät für Magnet
- Probenhalter mit vier Anschlüssen für Strom und Spannung
- Schaltermatrix
- Multiplexer
- Stromversorgungsgerät für die Probe
- Spannungsmessgerät
- PC mit Software LabView zur Steuerung der computergestützten Messung
- Heizelement
- Widerstandsthermometer (Pt100)
- HALL-Sonde zur Messung des Magnetfeldes

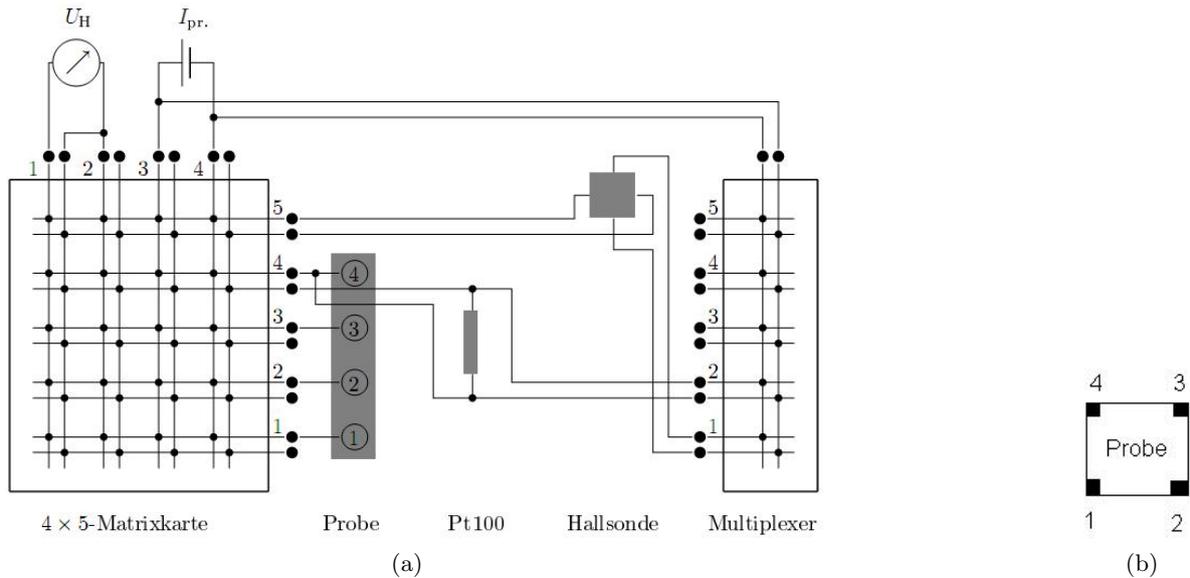


Abbildung 2: a) Schaltung des Versuchsaufbaus, b) Verdrahtung der Probe

2.2.2 Skizze des Versuchsaufbaus

In der Matrixkarte stellt jeder Verbindungspunkt zwischen zwei Leitungen einen Schalter dar. Um nun zum Beispiel den Strom auf der Probe (s. Abb. 1) von Kontakt 1 nach Kontakt 2 fließen zu lassen und die Spannung über den Anschlüssen 3 und 4 zu messen, musste folgendes geschaltet werden:

Probenkontakt	Matrixanschluss	Schalterstellung
01	3	close
02	4	close
03	1	close
04	2	close

2.3 Versuchsdurchführung

2.3.1 Temperatur im Probenraum

Für die Messung der Temperatur haben wir einen konstanten Strom von 1 mA eingestellt und über den Ausgang 2 des Multiplexers ausgegeben. Für die Spannungsmessung wurden die Schalter 04 1 und 04 2 geschlossen. Aus diesen Werten haben wir den Widerstand errechnet und in die gegebene Formel zur Berechnung des Widerstandes bei einem ΔT von 0°C eingesetzt: $R = 0.445 \cdot \Delta T + R_0$. Wobei $R_0 = 100\Omega$ dem Widerstand des Pt100 bei 0°C entspricht.

2.3.2 Manuelle Messung der Leitfähigkeit

Der eingestellte Strom von 1 mA wurde immer so angelegt, dass er parallel zur Kante floss. An der gegenüberliegenden Kante wurde dann der Spannungsabfall gemessen. Das haben wir für beide Stromrichtungen gemacht und danach die Beschaltung um 90° gedreht.

2.3.3 Manuelle Messung der HALL-Konstanten

Hierfür wurde der Strom diagonal angelegt und die Spannung senkrecht dazu gemessen, wieder für beide Stromrichtungen und über beide Diagonalen. Der Magnet wurde mit 11 Ampere betrieben und die Stromquelle auf 1 mA eingestellt. Ebenfalls wurden die Messwerte für umgekehrte Magnetfeldpolarität aufgenommen.

2.3.4 Computergestützte Messung

Aufgrund der Vorversuche haben wir uns entschieden die Leitfähigkeit und die HALL-Konstante jeweils zwei mal zu messen. Die Leitfähigkeit für Stromfluss zwischen den Anschlüssen 1 und 2, sowie zwischen 2 und 4. Wieder wurde die Probe mit 1 mA gespeist und der Magnet mit 11 A, sowohl die Messungen für beide Stromrichtungen und Magnetfeldpolaritäten durchgeführt. Der eingestellte Temperaturbereich betrug -190°C bis 100°C . Dafür wurde die Probe zunächst mit Stickstoff auf minus 195°C gebracht und dann zwischen den 20 K Messintervallen beheizt.

3 Messwerte

3.) Messung der Raumtemperatur: $I_{Pt100} = 1 \text{ mA}$ $U_{Pt100} = 108,23 \text{ mV}$

4.) Messungen bei RT:

$xx \ yy$	I_{xx}/mA	U_{yy}/mV	$\frac{\sigma}{d} \cdot k\Omega$
12 34	1	49,37	4,47
	-1	-49,30	4,48
23 41	1	6,71	32,88
	-1	-6,73	32,78
34 12	1	49,47	4,46
	-1	-49,36	4,47
41 23	1	57,52	3,84
	-1	-58,08	3,80

Tabelle 1: Best. der Leitfähigkeit

$xx \ yy$	$I_{xx,0,92T}/\text{mA}$	$U_{yy,0,92T}/\text{mV}$	$I_{xx,-0,92T}/\text{mA}$	$U_{yy,-0,92T}/\text{mV}$	$\frac{R_H}{d} \cdot \frac{T}{\Omega}$
24 13	1	78,4	1	59,8	10,11
	-1	-76,8	-1	60,1	9,08
13 24	1	78,3	1	59,9	10,00
	-1	-76,6	-1	-60,1	8,97

Tabelle 2: Best. des Hallkoeffizienten

4 Auswertung

4.1 Manuelle Messungen

1.) Raumtemperatur:

$$\Delta T = \frac{1}{0,445}(R - R_0) \quad \text{mit} \quad R = \frac{U_{PT100}}{I_{PT100}}$$

$$\Delta T = 18,5 \text{ K}$$

Damit ergibt sich eine Raumtemperatur von 18,5 K über 0°C , d.h. $\theta_0 = 18,5^{\circ}\text{C}$

2) Leitfähigkeit bei RT

Im Mittel ergibt sich für die Leitfähigkeit pro Materialdicke - rechnet man die beiden Ausreißer nicht mit - ein Wert von

$$\frac{\bar{\sigma}}{d} = 4,25 (k\Omega)^{-1}$$

3.) Hallkonstante bei RT

Mittelt man die erhaltenen Werte aus Tabelle 2, ergibt sich die mittlere Hallkonstante zu

$$\frac{\overline{R_H}}{d} = 9,54 \frac{\Omega}{T}$$

4.2 Computergestützte Messungen

1.) Leitfähigkeit

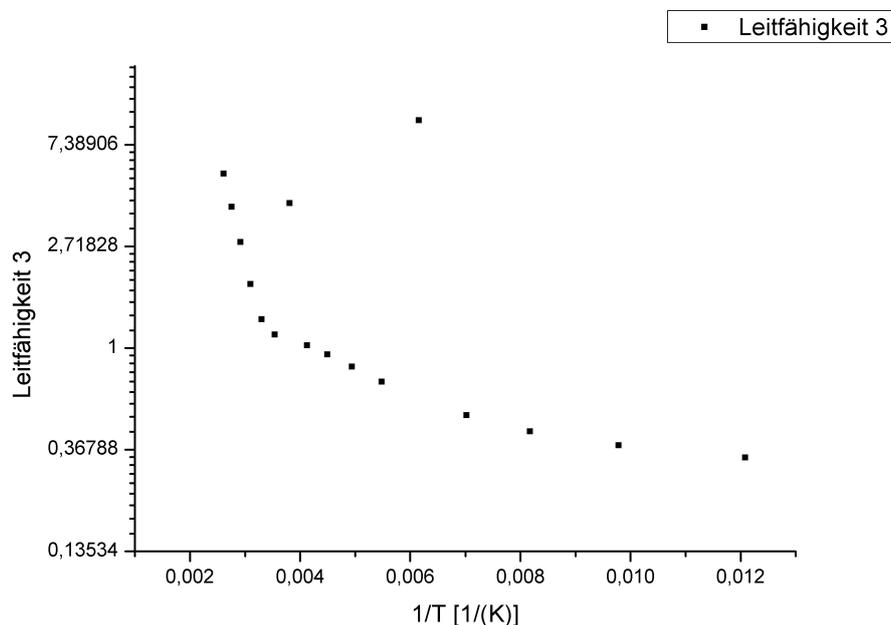


Abbildung 3: Leitfähigkeit, Messreihe3

Das Diagramm zeigt deutlich zwei Bereiche, denn die logarithmisch aufgetragene Funktion „knickt“ bei $\frac{1}{T} = 0,0034 \text{ K}^{-1}$ erheblich ab. Das entspricht einer Temperatur von $T = 294 \text{ K}$, also ungefähr Raumtemperatur. Bei noch tieferen Temperaturen (im Diagramm in positiver x-Rtg.) müsste die Funktion theoretisch nochmals abknicken, jedoch können wir dies mit unseren Messwerten nicht bestätigen.

Bei niedrigen Temperaturen gibt es im Donatorband einen Elektronenüberschuss, so dass mit steigender Temperatur weitere Elektronen ins Leitungsband springen. Dann müsste der erste (rechte) Knick kommen, denn im Erschöpfungsbereich sind bereits alle Dotieratome ionisiert und können keine weiteren Elektronen ins Leitungsband geben. Am zweiten Knick (bei ca. RT) beginnt der Eigenleitungsbereich, in welchem die thermische Energie hinreichend groß ist, um Elektronen aus dem Valenzband ins Leitungsband zu heben und wir beobachten mit steigender Temperatur einen σ -Anstieg.

Vernachlässigt wurde hier die Temperaturabhängigkeit der Elektronenbeweglichkeit, welche dazu führt, dass wir keine rein exponentiellen Abhängigkeiten sehen.

Die anderen beiden Messreihen zeigen leider keine deutbaren Abhängigkeiten. Die erste Messreihe können wir ignorieren, da wir die Probe nicht verschaltet hatten (Programmfehler des Messprogramms). Allerdings lieferte uns auch die zweite Messreihe unbrauchbare, weil größtenteils negative, Messwerte. Wir vermuten, dass auch hier ein Programmfehler (grober Messfehler) vorliegt und wir bei Bedarf diese Messreihe wiederholen müssten.

2.) Hallkonstante

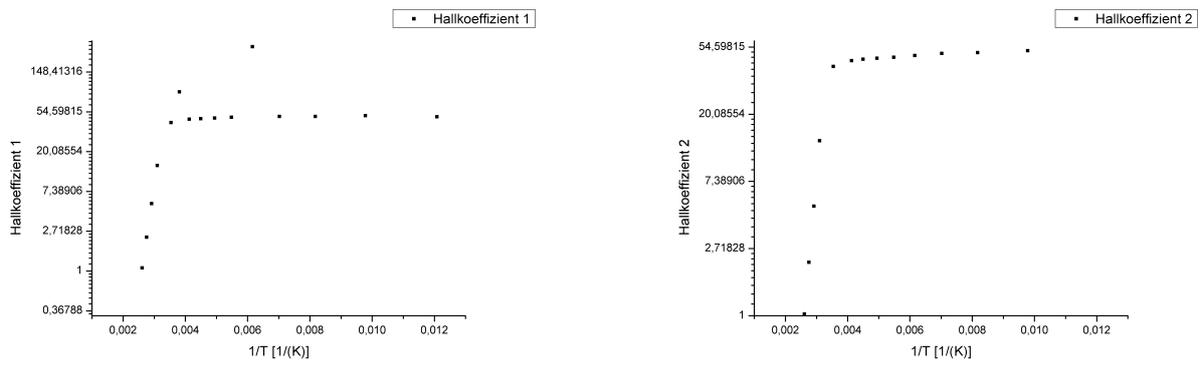


Abbildung 4: Hallkonstanten der Messreihen 1 und 2