3.7 Beispiel. Es sei $G := S_{\underline{n}}$, $V := A_{\underline{n}}$ (alternierende Gruppe der geraden Permutationen).

Erzeugendensystem $g_1 := (12), g_2 := (1\,2\ldots n)$ (vgl. 3.8(d)):

$$G = \langle g_1, g_2 \rangle_{S_{\underline{n}}}$$

Nebenklassenzerlegung mit Repräsentanten
$h_1 := e = (1)$, $h_2 := (12)$:

$$S_{\underline{n}} = Vh_1 \mathbin{\dot\cup} Vh_2 = A_{\underline{n}} \mathbin{\dot\cup} A_{\underline{n}}(12)$$

Satz 3.6 $\implies$ $A_{\underline{n}}$ wird erzeugt von

$$h_1 g_1 \varphi(h_1 g_1)^{-1} = e \cdot (12) \cdot (12) = e$$

$$h_1 g_2 \varphi(h_1 g_2)^{-1} = \begin{cases} e \cdot (1\,2\ldots n) \cdot (12) = (2\,3\ldots n) & \text{falls } n \text{ gerade} \\ e \cdot (1\,2\ldots n) \cdot e = (1\,2\ldots n) & \text{falls } n \text{ ungerade} \end{cases}$$

$$h_2 g_1 \varphi(h_2 g_1)^{-1} = (12) \cdot (12) \cdot e = e$$

$$h_2 g_2 \varphi(h_2 g_2)^{-1} = \begin{cases} \underbrace{(12) \cdot (1\,2\ldots n)}_{=(1\,3\,4\ldots n)} \cdot (12) = (2\,1\,3\ldots n) & \text{falls } n-1 \text{ gerade} \\ \overbrace{(12) \cdot (1\,2\ldots n)} \cdot e = (1\,3\,4\ldots n) & \text{falls } n-1 \text{ ungerade} \end{cases}$$

Also erhält man folgendes Erzeugendensystem für $A_{\underline{n}}$:

$$A_{\underline{n}} = \begin{cases} \langle (2\,3\,4\ldots n),\, (1\,3\,4\ldots n) \rangle_{S_{\underline{n}}} & \text{falls } n \text{ gerade} \\ \langle (1\,2\,3\ldots n),\, (2\,1\,3\ldots n) \rangle_{S_{\underline{n}}} & \text{falls } n \text{ ungerade} \end{cases}$$