3.5 Folgerung. $\boxed{\text{Test } g \in G}$ (vgl. 3.1 Problem (P1))

Für $G \leq S_M$ seien eine Sims-Basis $(a_1, \ldots, a_r)$ und $T_1, \ldots, T_r$ bekannt (vgl. 3.2), $g \in S_M$ gegeben.

Algorithmus zum Testen, ob $g \in G$.

$\boxed{\exists\, h_1 \in T_1 : a_1^{gh_1^{-1}} = a_1 \text{ ?}} \quad \xrightarrow{\text{nein}} \quad \boxed{g \notin G}$

$\downarrow$ ja

$\boxed{\exists\, h_2 \in T_2 : a_2^{gh_1^{-1}h_2^{-1}} = a_2 \text{ ?}} \quad \xrightarrow{\text{nein}} \quad \boxed{g \notin G}$

$\downarrow$ ja

$\vdots$

$\downarrow$ ja

$\boxed{\exists\, h_r \in T_r : a_r^{gh_1^{-1}h_2^{-1}\ldots h_r^{-1}} = a_r \text{ ?}} \quad \xrightarrow{\text{nein}} \quad \boxed{g \notin G}$

$\downarrow$ ja

$\boxed{gh_1^{-1}h_2^{-1}\ldots h_r^{-1} = e \text{ ?}} \quad \xrightarrow{\text{nein}} \quad \boxed{g \notin G}$

$\downarrow$ ja

$\boxed{g \in G}$

Zum Beweis:

1.Schritt: Wegen $G = \bigcup_{h \in T_1} G_{a_1}h$ folgt
$g \in G \iff \exists h \in T_1 : g \in G_{a_1}h \iff \exists h \in T_1 : gh^{-1} \in G_{a_1}$
$\iff \exists h \in T_1 : a_1^{gh^{-1}} = a_1 \wedge gh^{-1} \in G \implies \exists h \in T_1 : a_1^{gh^{-1}} = a_1.$
Also führt der ($\xrightarrow{\text{nein}}$)-Zweig zu $g \notin G$.

(die weiteren Schritte sind analog)