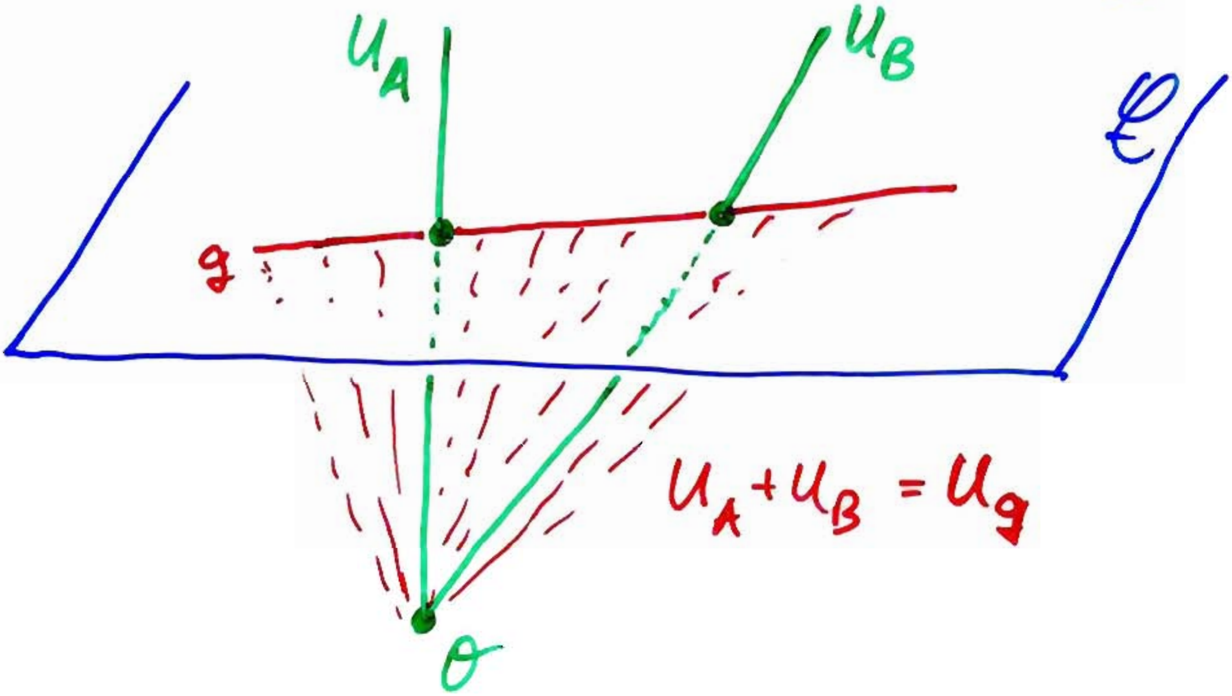
15.10 Beispiel

(projektive) Geometrie in Ebene $\mathcal{E}$



Übersetzung in Sprache der Untervektorräume

$A \rightsquigarrow U_A$ (1-dim.)

$g \rightsquigarrow U_g$ (2-dim.)

Dualisierung (Galois-Verbindung orthogonales Komplement)

$X \mapsto X^{\perp}$, $Y \mapsto Y^{\perp}$

Aussage $\mathcal{A}$ $\leftrightsquigarrow$ duale Aussage $\mathcal{A}^{\partial}$

z.B.

$\boxed{\text{Satz von PAPPUS-PASCAL}}$ $\leftrightsquigarrow$ $\boxed{\text{Satz von BRIANCHON}}$

Man muss nur einen Satz beweisen $\mathcal{A}$ oder $\mathcal{A}^{\partial}$

15.10 UAG
Bsp

In $\mathcal{E}$	Interpretation $\rightsquigarrow$ In $\mathbb{R}^3$	Dualität $\leftrightsquigarrow$	In $\mathbb{R}^3$	Interpretation $\rightsquigarrow$ In $\mathcal{E}$
Aussage $\mathcal{A}$	$U \leq \mathbb{R}^3$ $W^\perp \leq \mathbb{R}^3$	$\rightsquigarrow$ $\leftsquigarrow$	$U^\perp \leq \mathbb{R}^3$ $W \leq \mathbb{R}^3$	duale Aussage $\mathcal{A}^d$
$\boxed{\text{Punkt}}$ A	1-dim. UnterVR $U_A := \mathrm{Span}\{A\}$ $(= U_{g_A}^\perp)$	......	2-dim. UnterVR $U_A^\perp = U_{g_A}$ $= \mathrm{Span}\{g_A\}$	$\boxed{\text{Gerade}}$ $g_A :=$ Schnitt $\mathcal{E}$ mit Ebene durch o $\perp$ zu U_A
$\boxed{\text{Gerade}}$ g	2-dim. UnterVR $U_g := \mathrm{Span}\{A, B\}$ $\mathrm{Span}\{g\}$ $(= U_{A_g}^\perp)$	......	1-dim. UnterVR $U_g^\perp = U_{A_g}$ $= \mathrm{Span}\{A_g\}$	$\boxed{\text{Punkt}}$ $A_g :=$ Schnittpkt von $\mathcal{E}$ mit Geraden durch o $\perp$ zu Ebene U_g
$\boxed{\text{inzidiert}}$ $A \in g$ A liegt auf g g geht durch A	$U_A \leq U_g$	......	$U_A^\perp \geq U_g^\perp$	$\boxed{\text{inzidiert}}$ $A_g \in g_A$ A_g liegt auf g_A
$\boxed{\text{Verbindungsgerade}}$ $g = \overline{AB}$	$U_g = \mathrm{Span}\{A, B)$ $= U_A + U_B$	......	$U_A^\perp \cap U_B^\perp = U_{A_g}$	$\boxed{\text{Schnitt zweier Geraden}}$ $g_A \cap g_B = A_g$
$\boxed{\text{Schnitt zweier Geraden}}$ $g_1 \cap g_2$	$U_{g_1} \cap U_{g_2}$	......	$U_{g_1}^\perp + U_{g_2}^\perp$ $= U_g$	$\boxed{\text{Verbindungsgerade zweier Punkte}}$ $g = \overline{A_{g_1} A_{g_2}}$