

Zählprozess

$$\langle \mathbb{N}, 0, ' \rangle$$

Nachfolgerfunktion  
 $n \mapsto n'$

Addition

natürliche  
Zahlen

S

Halbgruppe

$$\langle \mathbb{N}, 0, + \rangle$$

- kommutativ,
- mit Kürzung

Satz 1.6  $\downarrow$  Einbettung

G

Gruppe

$$\langle \mathbb{Z}, 0, +, - \rangle$$

abelsche

Multiplikation

ganze  
Zahlen

R

Ring

$$\langle \mathbb{Z}, +, \cdot \rangle$$

0, 1, -x

- kommutativ
- mit Eins
- nullteilerfrei  
(Integritätsbereich)

Satz 1.12  $\downarrow$  Einbettung

K

Körper

$$\langle \mathbb{Q}, +, \cdot \rangle$$

0, 1, -x,  $x^{-1}$

rationale  
Zahlen

Konstruktion:  $P := R \times (R \setminus \{0\})$

$K = P / \sim$  für  $\sim := \{ ((a,b), (c,d)) \mid ad=bc \}$

Addition:  $[(a,b)] + [(c,d)] := [(ad+bc, bd)]$

Multiplikation:  $[(a,b)] \cdot [(c,d)] := [(ac, bd)]$