

3.2 Wurfparabeln

3.2.1 Aufgabe

Berechnen Sie für verschiedene Wurfparabeln die zugehörigen Eigenschaften (Höhe h , Weg s , Geschwindigkeit v) in Abhängigkeit von der Zeit t (0 bis 10s)

Stellen Sie die Ergebnisse grafisch dar.

Die Erdbeschleunigung g beträgt $g = 9,81m/s^2$

Benutzen Sie bei der grafischen Darstellung verschiedene Anfangsgeschwindigkeiten v_0 (1; 2; 4; 8; $16m/s$) als Parameter.

3.2.1.1 Waagerechter Wurf

Die Höhe nach der Zeit ergibt sich zu:

$$h = \frac{g \cdot t^2}{2}$$

die Geschwindigkeit:

$$v = \sqrt{v_0^2 + g^2 \cdot t^2}$$

die Wurfweite:

$$\begin{aligned} s &= v_0 \cdot t \\ &= v_0 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} \end{aligned}$$

3.2.1.2 Schiefer Wurf

Es sollen folgende Formeln gelten:

Höhe

$$h = v_0 \cdot t \cdot \sin \alpha - \frac{g \cdot t^2}{2}$$

Geschwindigkeit

$$v = \sqrt{v_0^2 - 2 \cdot g \cdot h}$$

Wurfweite

$$s = v_0 \cdot t \cdot \cos \alpha$$

maximal erreichbare Wurfweite

$$w = \frac{v_0^2 \cdot \sin(2\alpha)}{g}$$

Der Wurfwinkel α soll als Parameter dienen. Verwenden Sie für α folgende Werte

$$\alpha = 0^\circ; \quad 10^\circ; \quad 30^\circ; \quad 60^\circ; \quad 90^\circ$$

sowie für die Anfangsgeschwindigkeit

$$v_0 = 1m/s \text{ und } 50m/s$$

3.2.2 Arbeitsschritte

3.2.2.1 Waagerechter Wurf

Wurfhöhe

⇒ Eingabe der Überschriften und Zahlenwerte für die Zeit (⇒ Abb. 3.7).

⇒ Wert der Erdbeschleunigung g eingeben ⇒ im Namenfeld als Variablennamen fixieren (⇒ Abb. 3.2)

⇒ Formel zur Berechnung der Höhe eingeben (⇒ Abb. 3.8).

Beim Eintragen der Formel mit "=" beginnen. Standardfunktionen (Unterprogrammaufrufe) können über: ⇒ **Einfügen** ⇒ **Funktionen** ⇒ **Math & Trigon.** ⇒ **Potenz** (⇒ Abb. 3.9 und 3.10) eingebunden werden. In diesem Beispiel kann die Potenzierung auch mittels des Potenzierungsoperator "^" realisiert werden.

⇒ Spalte durch Herunterziehen bei gedrückter linken Maustaste ausfüllen, (⇒ Abb. 3.11 bis 3.12). In dem Fall wird der Inhalt der Zellen einerseits dupliziert und gleichzeitig die Direktadressierung aktualisiert, d. h. die Direktadressen werden hinsichtlich ihres Adressbezuges angepasst. Im vorliegenden Fall nimmt das Ergebnis der Formel, welches in Zelle C6 steht, bezug auf den Inhalt der Zelle B6 (gleichbedeutend zur Zeit t). Damit muss das Ergebnis in Zelle C7 auf B7 bezugnehmen. Die Festadressierung und die Variablennamen werden nicht verändert.

⇒ Tabellenbereich, der als Diagramm grafisch dargestellt werden soll, markieren

⇒ **Symbolleiste** ⇒ **Diagramm** oder ⇒ **Einfügen** ⇒ **Diagramm** (siehe Abschnitt 2.1 Diagrammerstellung, S. 58)

⇒ mittels Diagrammassistent die geforderte grafische Darstellung erzeugen und Diagrammfläche und Achsen

⇒ **Diagrammtyp** ⇒ **Punkt (XY)** ⇒ **Diagrammuntertyp** ⇒ **Punkte mit Linien** auswählen (⇒ Abb 3.13).

⇒ **Diagramm** ⇒ **Datenquelle** (⇒ Abb. 3.14)

⇒ **Diagramm** ⇒ **Diagrammoptionen** festlegen (⇒ Abb. 3.15 bis 3.17).

⇒ Im Diagramm Achsen formatieren ⇒ Achse mit linker Maustaste (LM) markieren ⇒ Rechte Maustaste (RM) ⇒ **Achsen formatieren** klicken ⇒ Achseneigenschaften festlegen (z.B. **Skalierung**) (⇒ Abb. 3.19 - 3.21).

Wurfgeschwindigkeit

⇒ Tabelle für die Geschwindigkeit in Abhängigkeit der Zeit für $v_0 = 1$ bis $16m/s$ aufstellen. Es werden spezielle folgende Anfangsgeschwindigkeiten $v_0 = 1; 2; 4; 8$ und $16m/s$ ausgewählt. Da die jeweiligen v_0 für alle t konstant bleiben, werden sie im Namenfeld als Variablennamen vereinbart. (⇒ Abb. 3.23 bis 3.24)

⇒ In erster Spalte Formel eingeben; die Wurzelfunktion wird entweder über das Namenfeld oder über

⇒ **Einfügen** ⇒ **Funktion** ⇒ **Math & Trigon** ⇒ **Wurzel** eingefügt. Als Argumente, d. h. in die Klammer, der Wurzelfunktion wird die Potenz von v_0 (innerhalb der Spalte konstant), g (konstant) und t (variabel) eingefügt (⇒ Abb. 3.25 bis 3.29). Die Spalte wird wieder durch Herunterziehen bei gedrückter linken Maustaste ausgefüllt (⇒ Abb. 3.30).

⇒ In die zweite Spalte wird die Formel übernommen, indem die erste Zelle der ersten Spalte mit gedrückter linker Maustaste (LM) nach rechts gezogen wird. Die beiden spaltenabhängigen Variablen (*banfa*, B35) werden im Formelausdruck oben markiert und durch die aktuellen Ausdrücke ersetzt (⇒ *banfb*, A35) (⇒ Abb. 3.31 bis 3.32). Es ist zu beachten, dass beim Kopieren der Formel die Direktadressierung (A35) verändert wurde (B35). Deshalb ist dies wieder zu korrigieren.

⇒ Die Tabelle wird vollständig ausgefüllt und die grafische Darstellung wie bei der Darstellung der Wurfhöhe (siehe Abschnitt 2.1 Diagrammerstellung, S. 58) erzeugt. Das Diagramm wird mit einer Legende zur Kennzeichnung der einzelnen Kurven versehen (⇒ Abb. 3.33 und 3.34).

⇒ Die Kurvenpunkte können in ihrer Darstellung verändert werden, wenn man sie mit dem linken Maustaste (LM) anklickt und in dem geöffneten Fenster formatiert (⇒ Abb. 3.35 bis 3.37). Beim Anklicken der Kurven mit der rechten Maustaste können weitere Veränderungen vorgenommen werden (⇒ Abb. 3.38).

Wurfweite

⇒ Tabelle und Diagramm zur Darstellung der Wurfweite in Abhängigkeit der Zeit für die verschiedenen v_0 werden analog dargestellt. (⇒ Abb. 3.39)

The screenshot shows an Excel spreadsheet titled "Lösung1.xls" with the following content:

1. Waagerechter Wurf						
a) Höhe nach der Zeit:						
	t (s)	h (m)	g =	9,81	m/s ²	
6	0	0,00				
7	1					
8	2					
9	3					
10	4					
11	5					
12	6					
13	7					
14	8					
15	9					
16	10					

Abbildung 3.7: MS-Excel-Tabellenblatt mit eingegebenen Zahlen und Texten

The screenshot shows the same Excel spreadsheet as in Figure 3.7, but with a formula entered in cell B6:

1. Waagerechter Wurf						
a) Höhe nach der Zeit:						
	t (s)	h (m)	g =	9,81	m/s ²	
6	0	=g*POTENZ(B6;2)/2				
7	1					
8	2					
9	3					
10	4					
11	5					
12	6					
13	7					
14	8					
15	9					
16	10					

Abbildung 3.8: Eingeben von Formeln

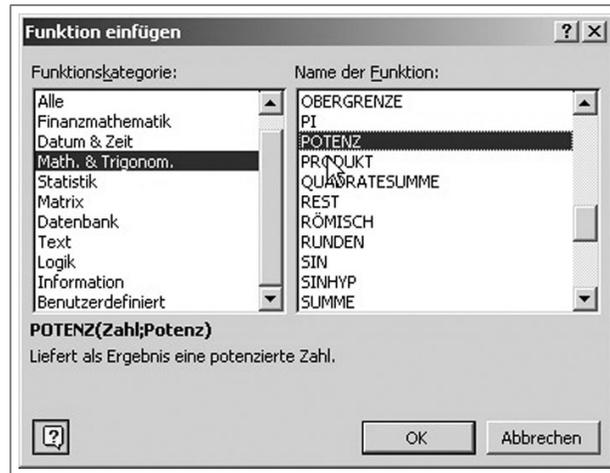


Abbildung 3.9: Aufrufen der Standardfunktionen

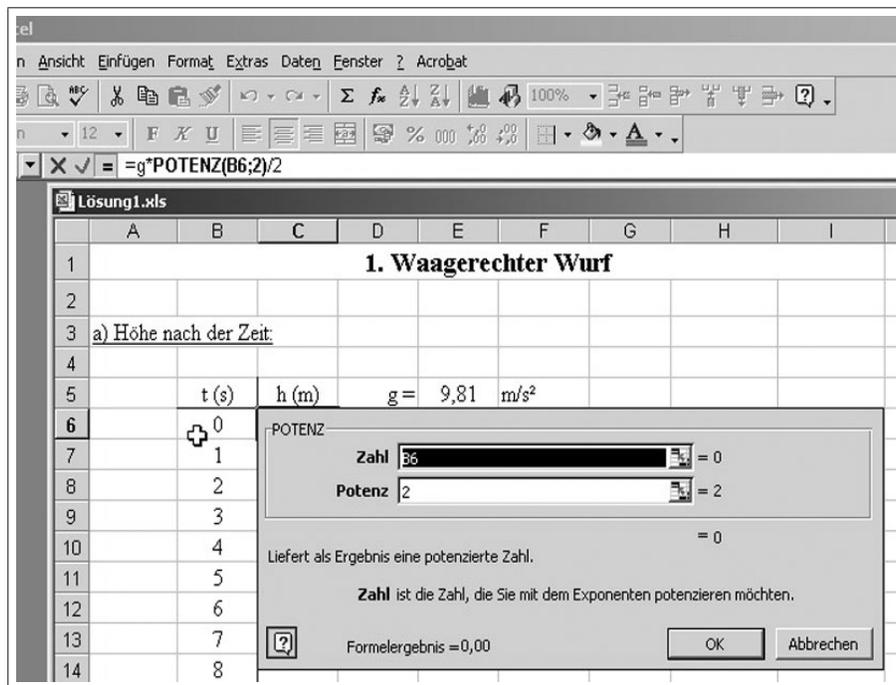


Abbildung 3.10: Eingeben der Argumente (Zelladressen) für die Standardfunktionen (z.B. Potenzierung)

	A	B	C	D	E	F	G
1	1. Waagerechter Wurf						
2							
3	a) Höhe nach der Zeit:						
4							
5		t (s)	h (m)	g =	9,81	m/s ²	
6		0	0,00				
7		1	4,91				
8		2	19,62				
9		3	44,15				
10		4	78,48				
11		5	122,63				
12		6	176,58				
13		7	240,35				
14		8	313,92				
15		9	397,31				
16		10	490,50				

Abbildung 3.11: Kopieren und automatisches Aktualisieren von Zellen

	A	B	C	D	E	F	G
1	1. Waagerechter Wurf						
2							
3	a) Höhe nach der Zeit:						
4							
5		t (s)	h (m)	g =	9,81	m/s ²	
6		0	0,00				
7		1	4,91				
8		2	19,62				
9		3	44,15				
10		4	78,48				
11		5	122,63				
12		6	176,58				
13		7	240,35				
14		8	313,92				
15		9	397,31				
16		10	490,50				

Abbildung 3.12: Kopierte und aktualisierte Formel

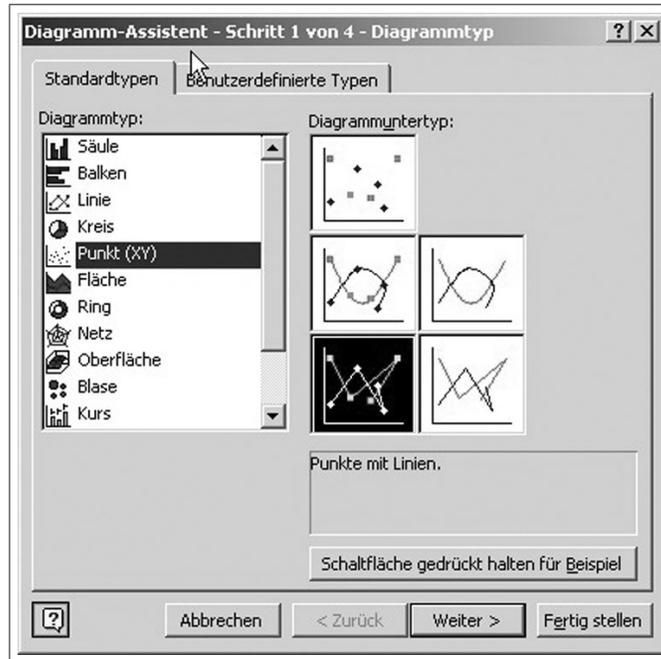


Abbildung 3.13: Einstellen des Diagrammtyps

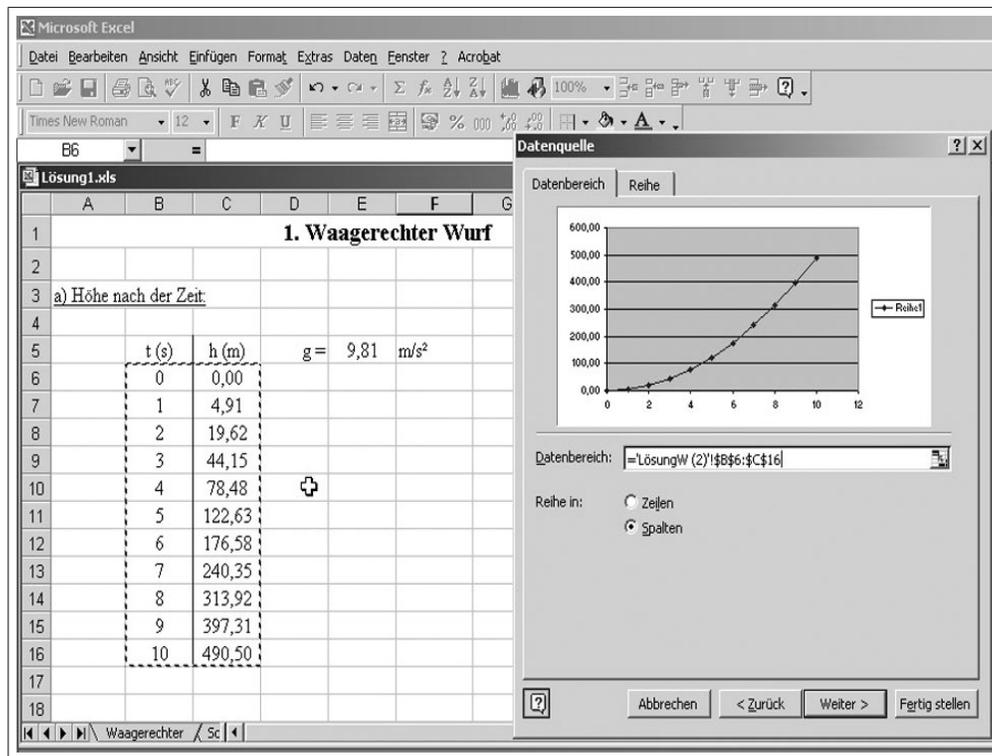


Abbildung 3.14: Auswählen der Datenanordnungen

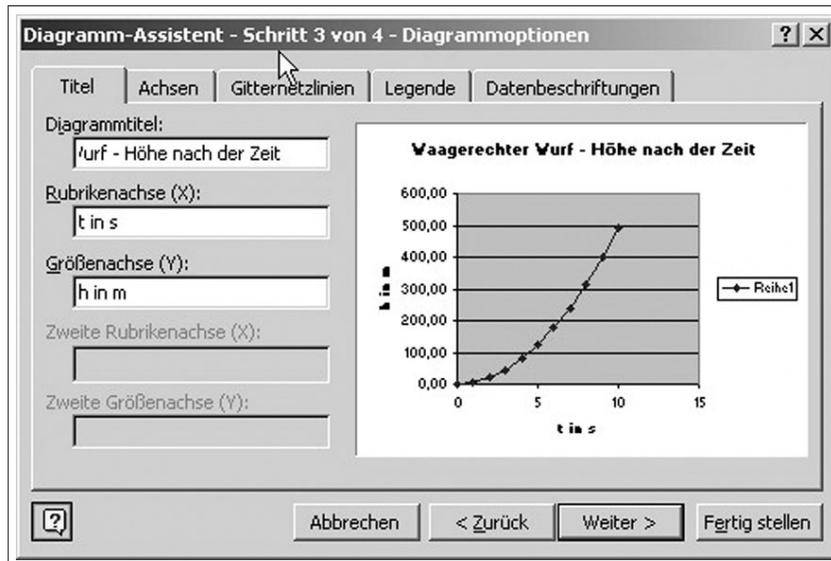


Abbildung 3.15: Diagrammoptionen Titelbeschriftung

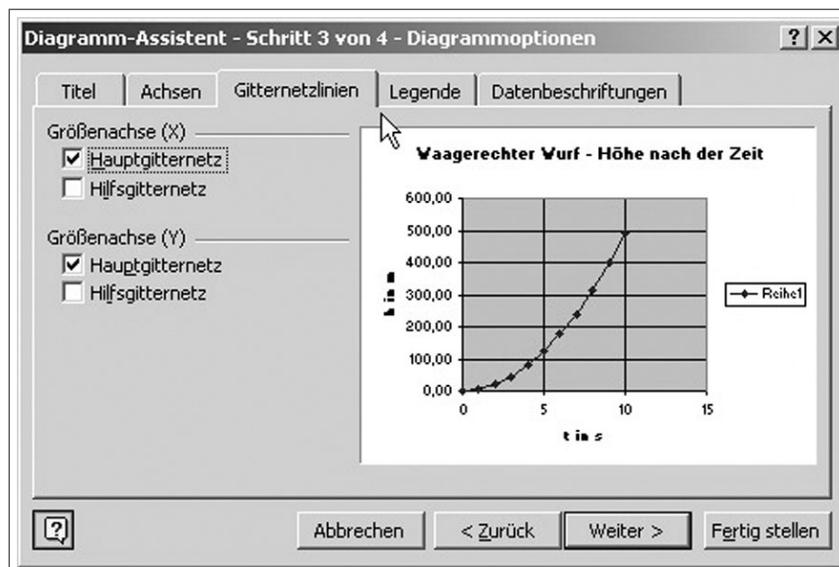


Abbildung 3.16: Festlegung der Gitternetzlinien

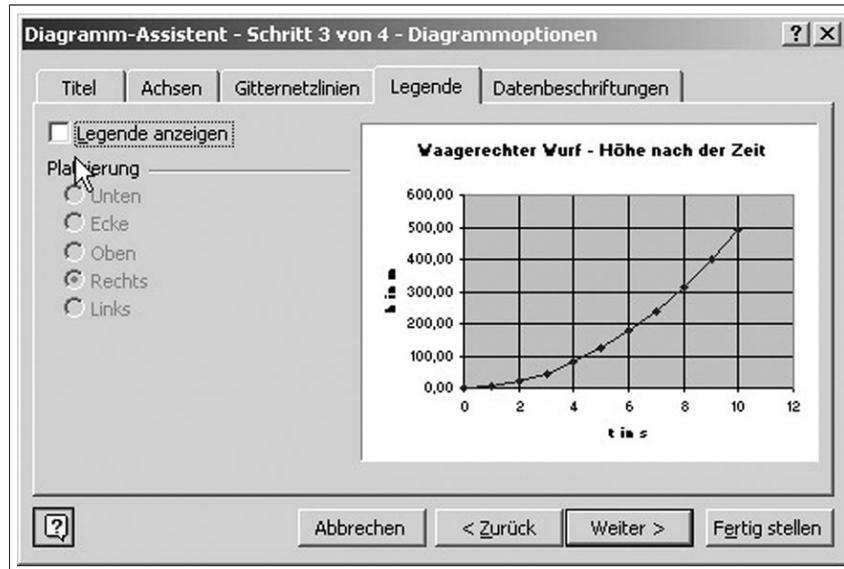


Abbildung 3.17: Festlegen der Legende

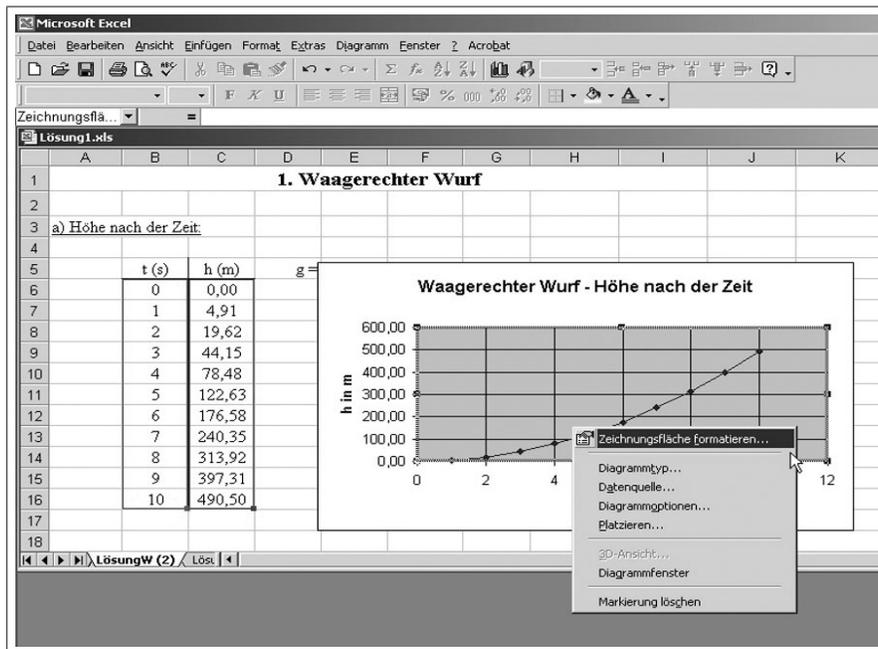


Abbildung 3.18: Festlegen der Eigenschaften der Zeichenfläche

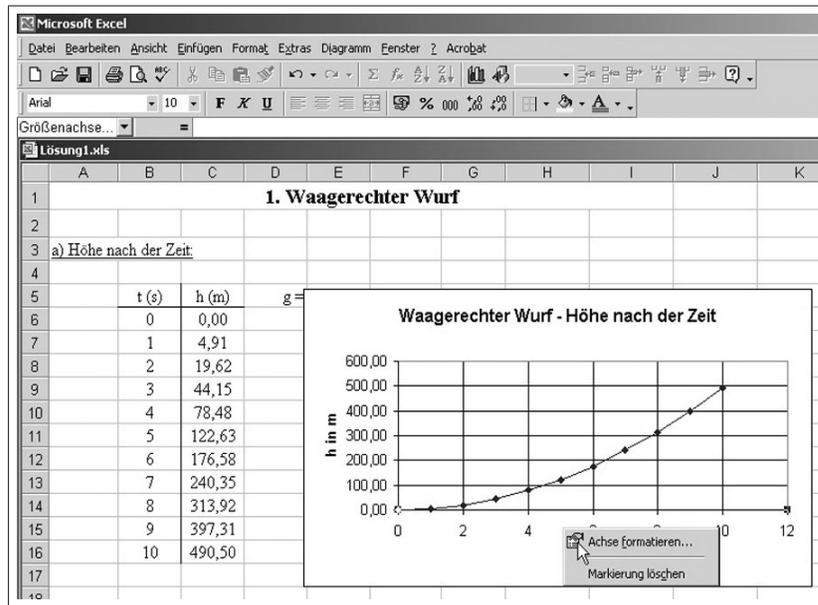


Abbildung 3.19: Formatieren der Achsen



Abbildung 3.20: Skalierung der x-Achse



Abbildung 3.21: Skalierung der y-Achse

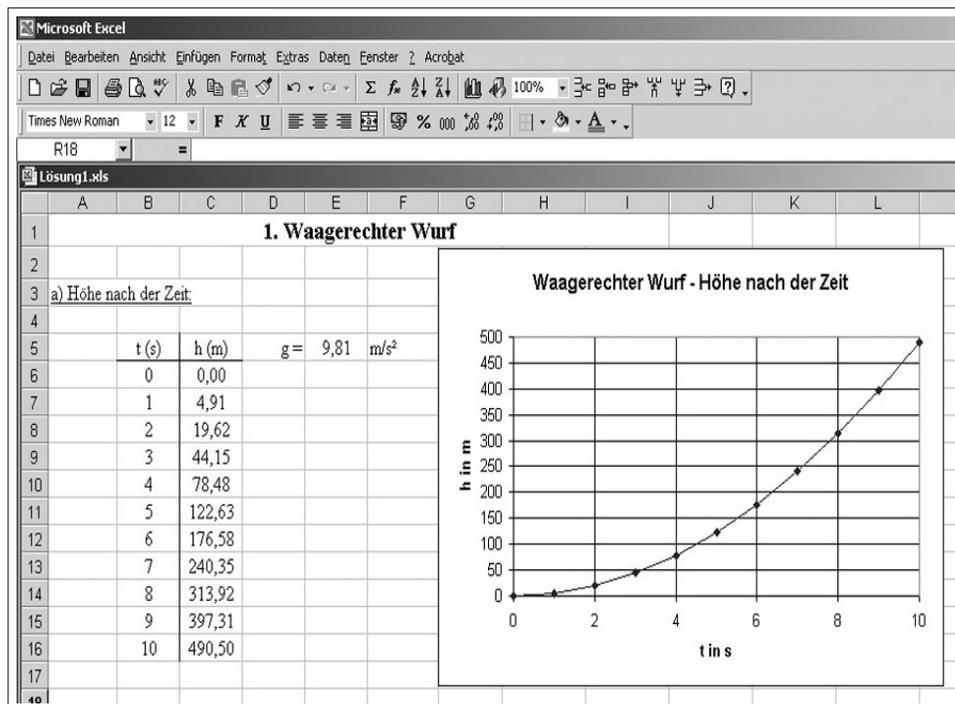


Abbildung 3.22: Komplettes Diagramm zum waagerechten Wurf

The screenshot shows a Microsoft Excel window with the following data in the spreadsheet:

	A	B	C	D	E	F	G	
27								
28								
29	b) Geschwindigkeit nach der Zeit							
30								
31		$v_{01}(m/s)$	$v_{02}(m/s)$	$v_{03}(m/s)$	$v_{04}(m/s)$	$v_{05}(m/s)$		
32		1	2	4	8	16		
33								
34	t (s)	v (m/s)						
35	0							
36	1							
37	2							
38	3							
39	4							
40	5							
41	6							
42	7							
43	8							
44	9							
45	10							
46								

Abbildung 3.23: Tabelle für die Wurfgeschwindigkeit

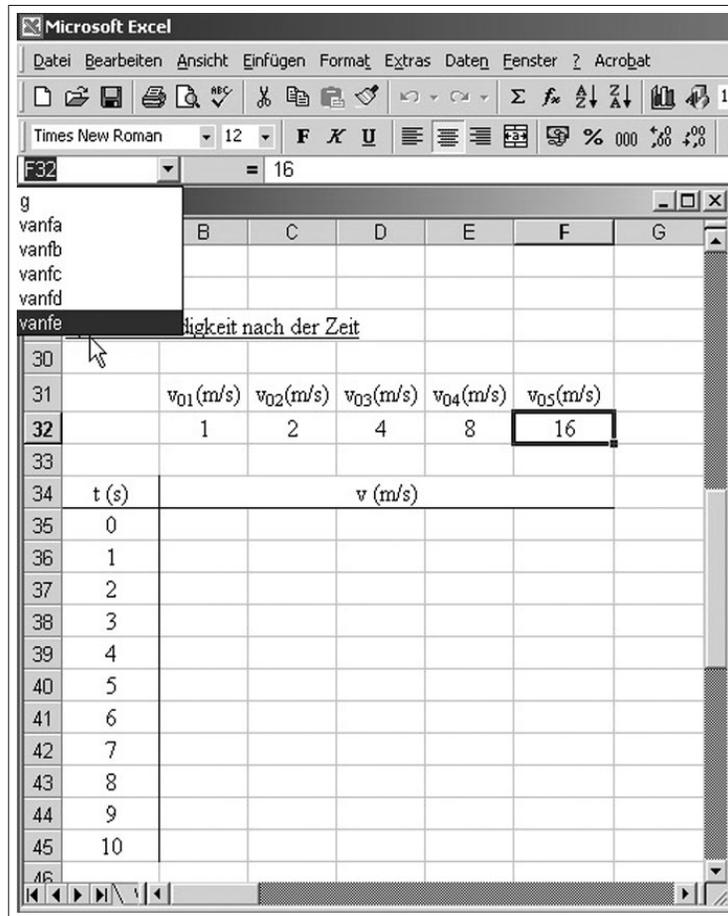


Abbildung 3.24: Definieren der Variablenamen

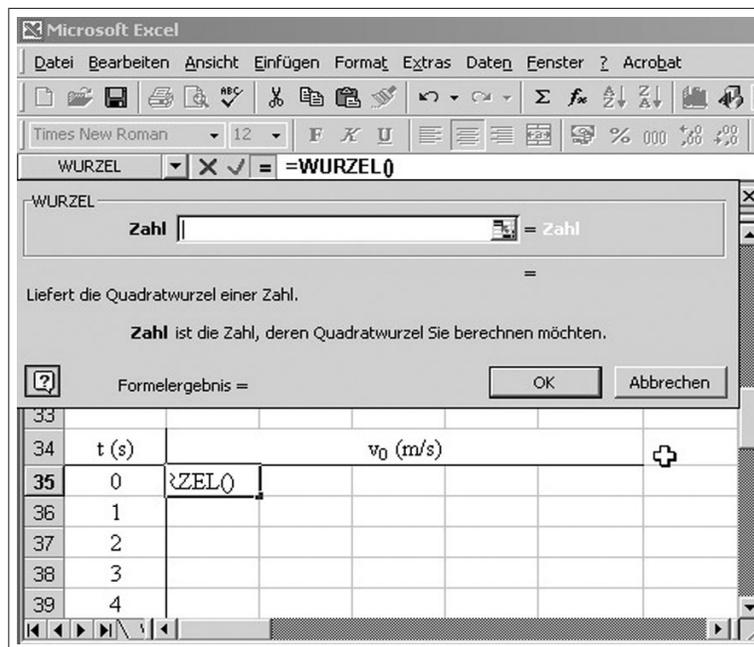


Abbildung 3.25: Realisieren der Wurfformel, Einfügen der Wurzelfunktion

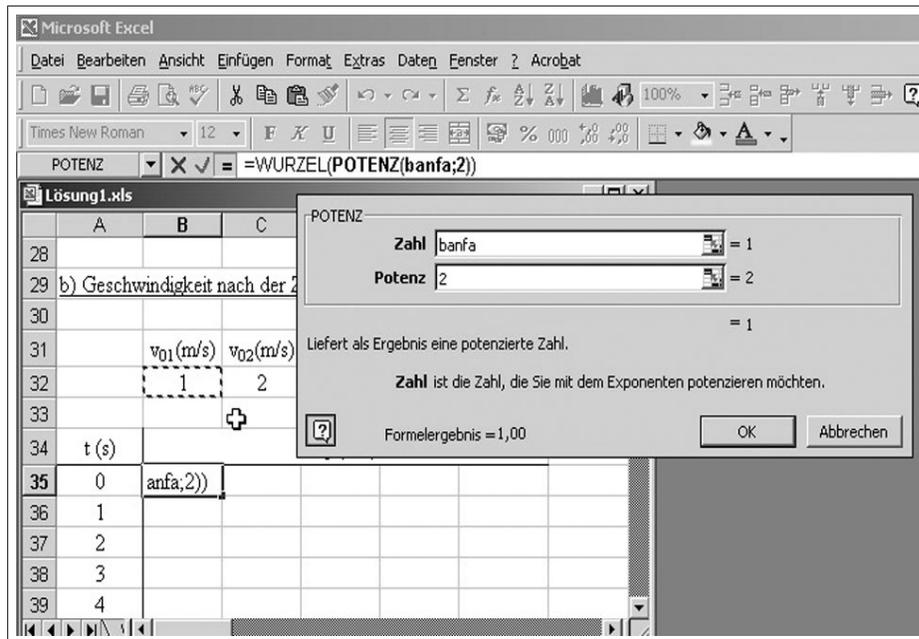
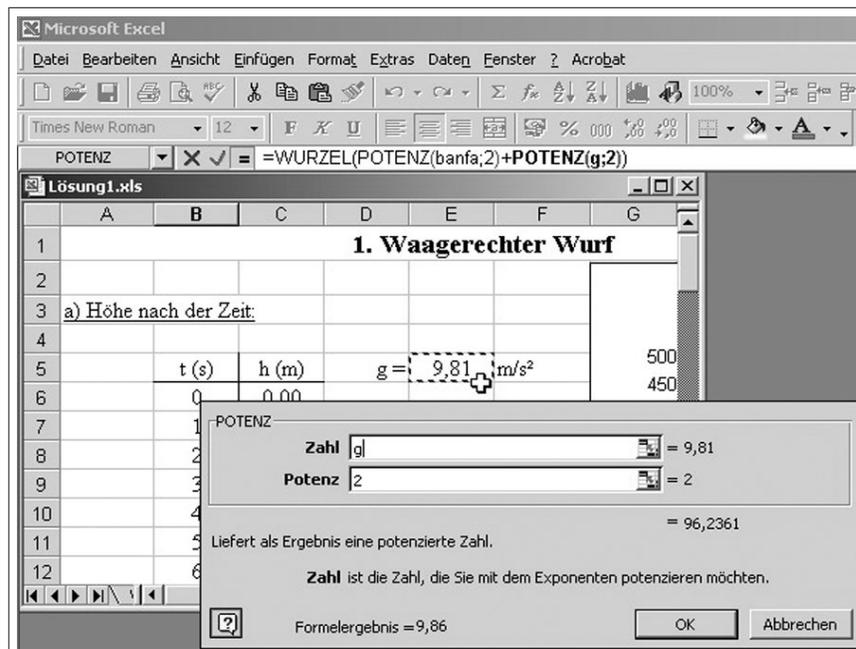


Abbildung 3.26: Realisieren der Potenzfunktion

Abbildung 3.27: Übernahme der Variablen g aus der ersten Tabelle

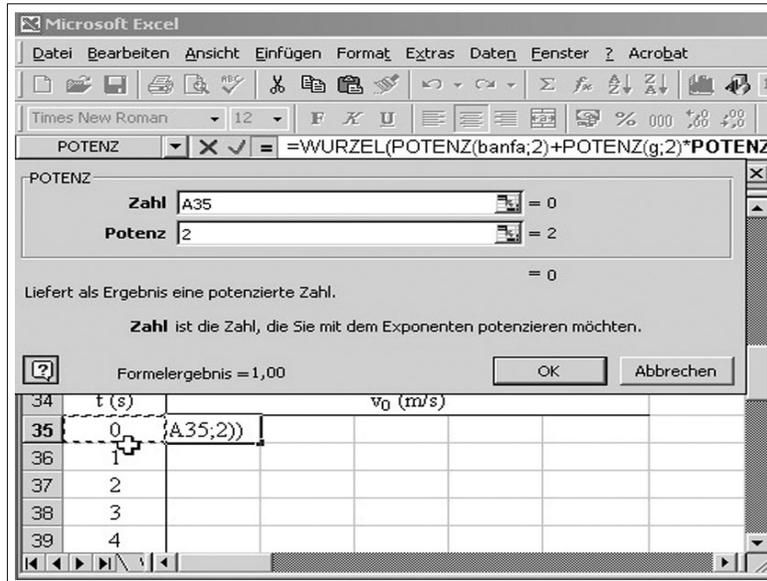


Abbildung 3.28: Realisieren der zweiten Potenzfunktion

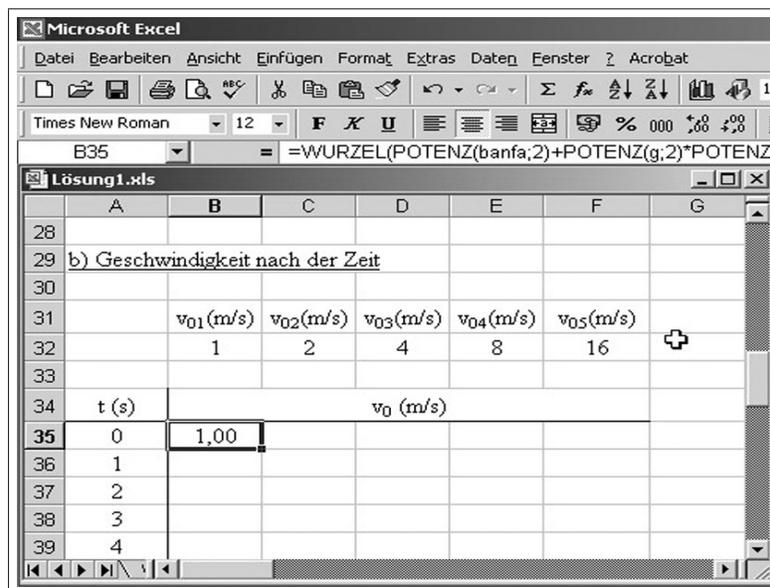


Abbildung 3.29: Ergebnis der Wurfgeschwindigkeit für ersten Zeitpunkt

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

	A	B	C	D	E
28					
29	b) Geschwindigkeit nach der Zeit				
30					
31		$v_{01} \text{ (m/s)}$	$v_{02} \text{ (m/s)}$	$v_{03} \text{ (m/s)}$	$v_{04} \text{ (m/s)}$
32		1	2	4	8
33					
34	$t \text{ (s)}$	$v_0 \text{ (m/s)}$			
35	0	1,00			
36	1	9,86			
37	2	19,65			
38	3	29,45			
39	4	39,25			
40	5	49,06			
41	6	58,87			
42	7	68,68			
43	8	78,49			
44	9	88,30			
45	10	98,11			

Abbildung 3.30: Kopieren und Aktualisieren der Wurfgeschwindigkeiten für alle Zeitpunkte

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

	A	B	C	D	E	F	G	H
28								
29	b) Geschwindigkeit nach der Zeit							
30								
31		$v_{01} \text{ (m/s)}$	$v_{02} \text{ (m/s)}$	$v_{03} \text{ (m/s)}$	$v_{04} \text{ (m/s)}$	$v_{05} \text{ (m/s)}$		
32		1	2	4	8	16		
33								
34	$t \text{ (s)}$	$v_0 \text{ (m/s)}$						
35	0	1,00	$Z(\text{banfb},2)$					
36	1	9,86						
37	2	19,65						
38	3	29,45						
39	4	39,25						
40	5	49,06						
41	6	58,87						
42	7	68,68						
43	8	78,49						
44	9	88,30						
45	10	98,11						

Abbildung 3.31: Kopieren der Formel für andere Anfangsgeschwindigkeiten

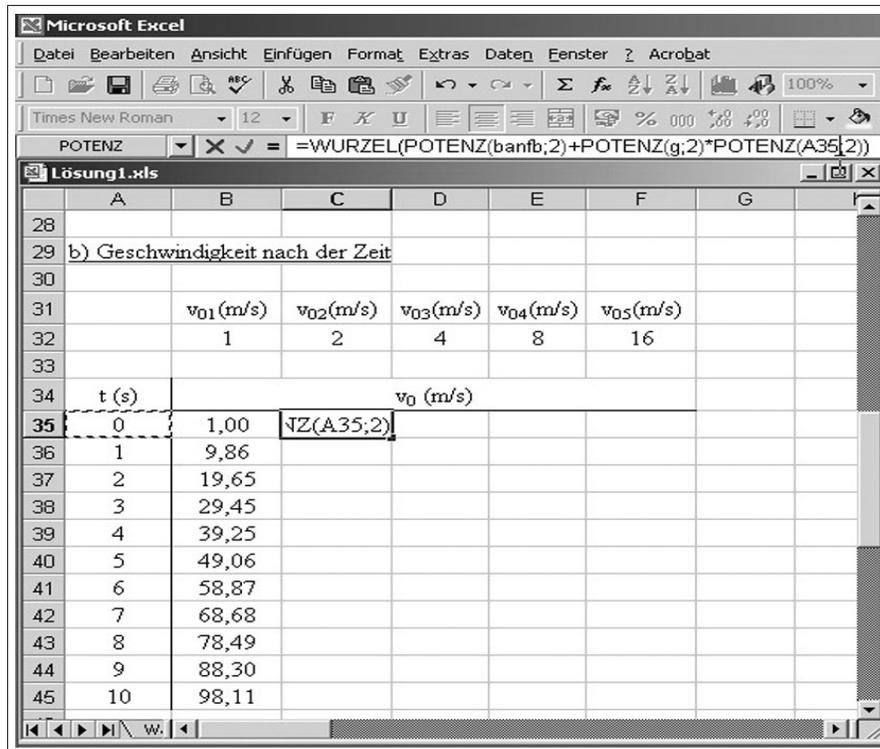


Abbildung 3.32: Aktualisieren der Formel

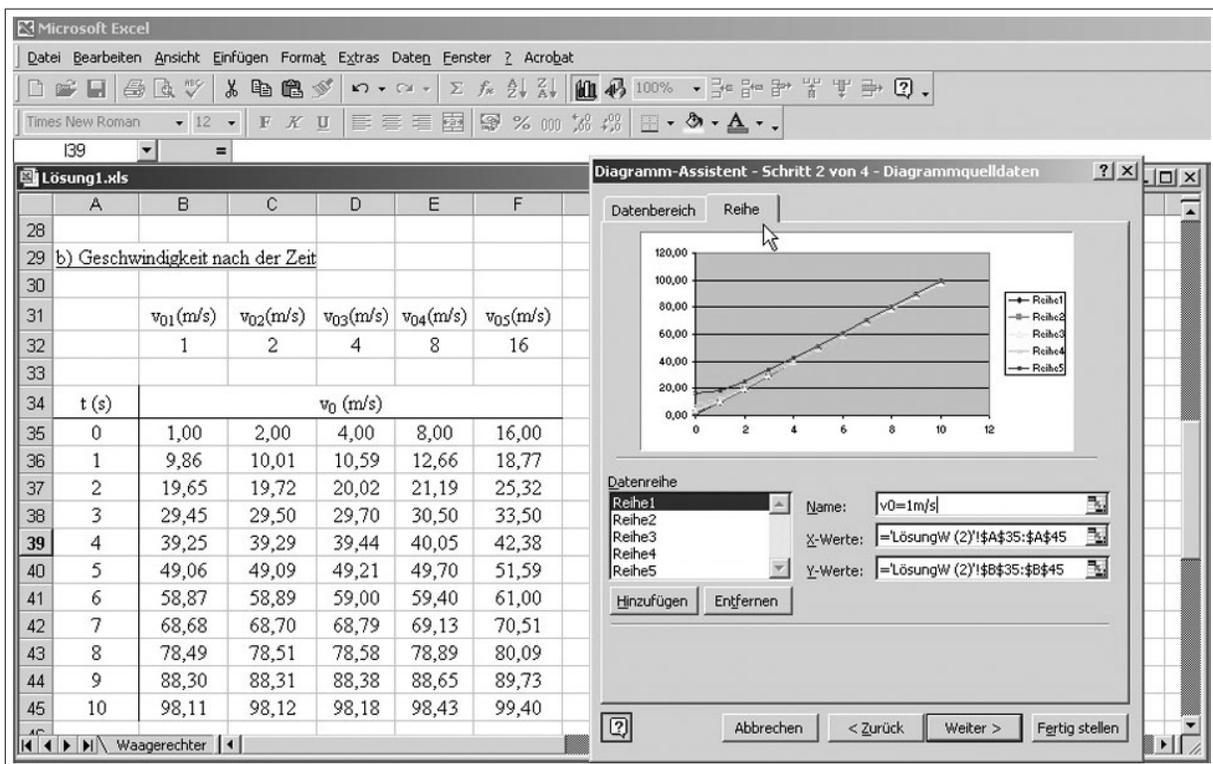


Abbildung 3.33: Festlegen der Datenreihen einschließlich deren Legenden

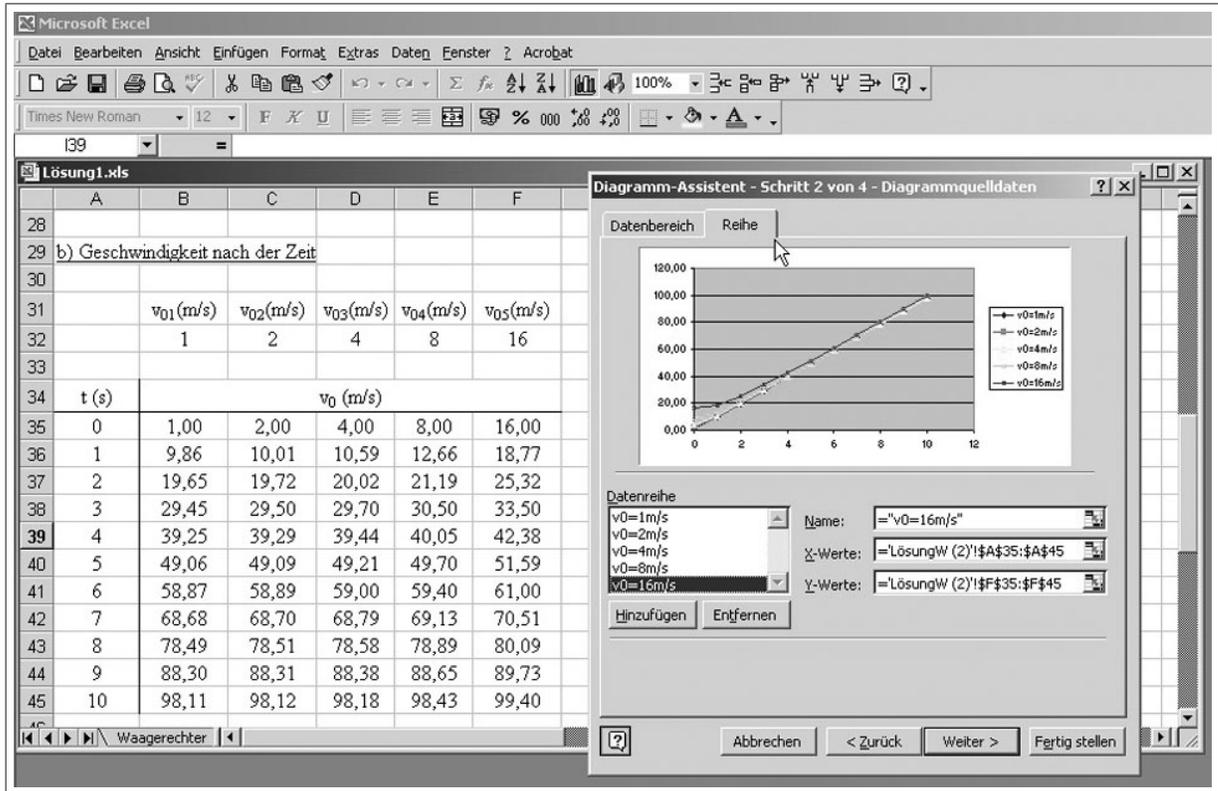


Abbildung 3.34: Festlegen der Datenreihen einschließlich deren Legenden

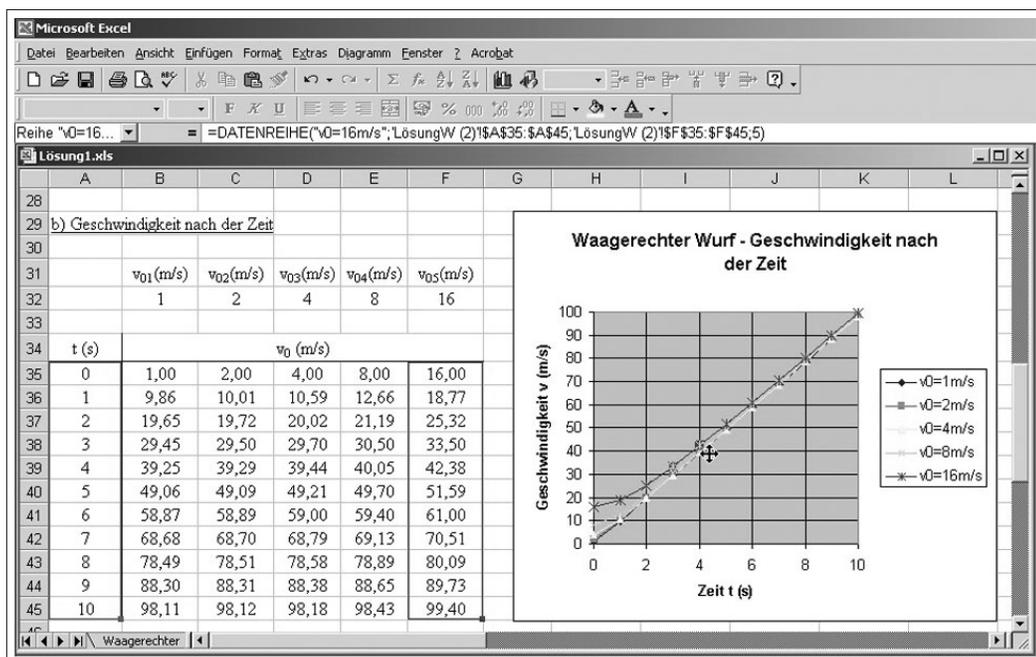


Abbildung 3.35: Abhängigkeit der Geschwindigkeit von der Anfangsgeschwindigkeit

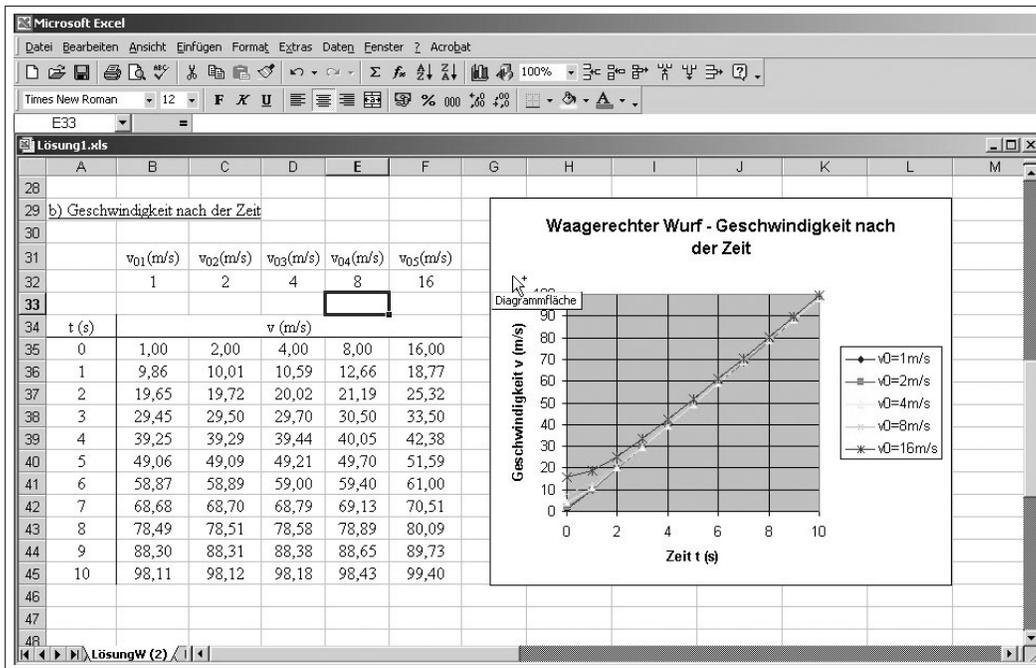


Abbildung 3.36: Formatieren der Diagrammfläche

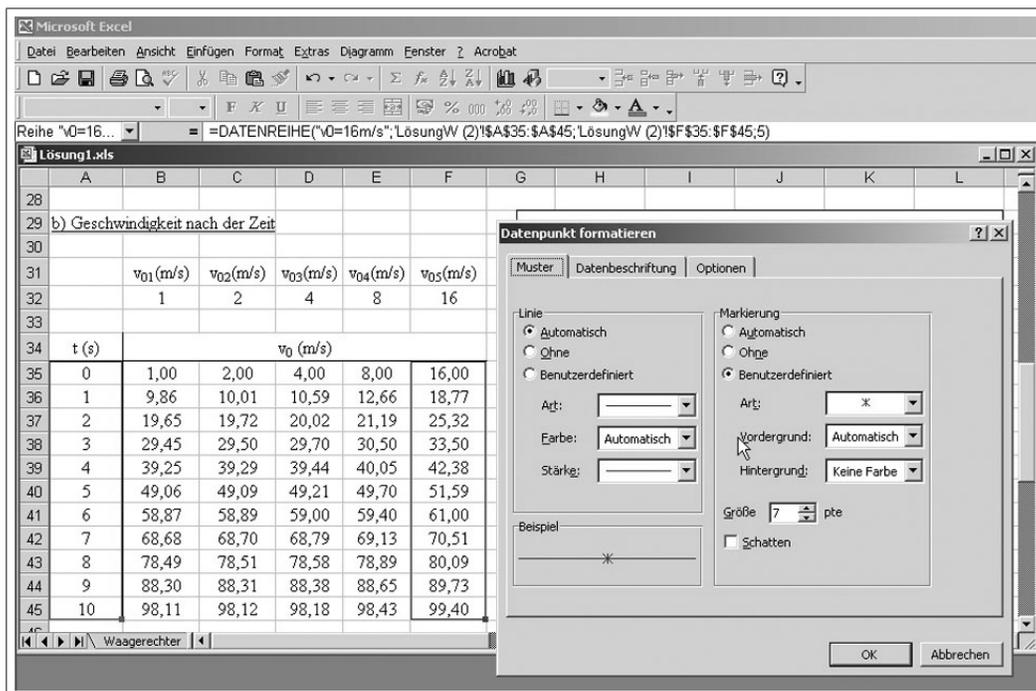


Abbildung 3.37: Formatieren der einzelner Datenpunkte

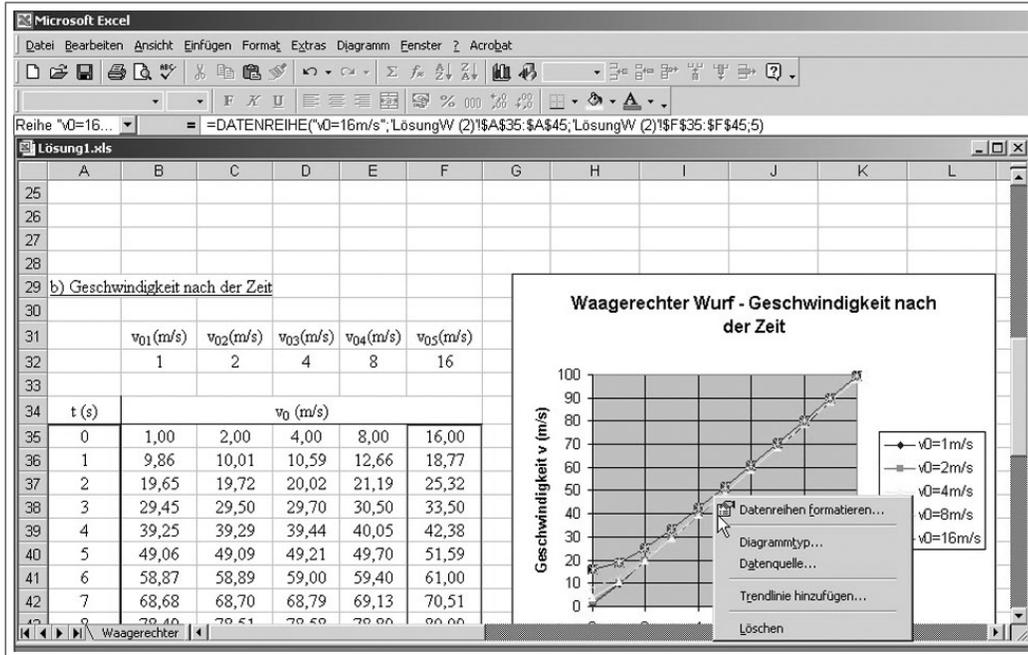


Abbildung 3.38: Formatieren der Datenreihen

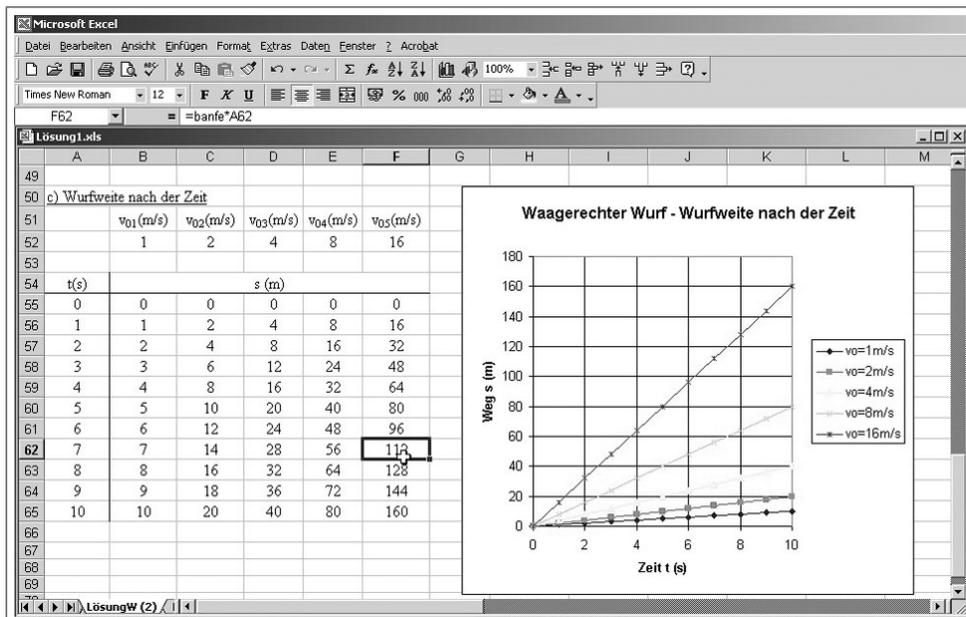


Abbildung 3.39: Wurfweite in Abhängigkeit von der Zeit

3.2.2.2 Schiefer Wurf

Der Lösungsweg ist analog dem zur Berechnung und Darstellung des waagerechten Wurfes.

Folgende Besonderheiten sind zu beachten:

⇒ Der Wurfwinkel α (sin bzw. cos) muss von Gradmaß in Bogenmaß umgerechnet werden: ⇒ Eingabe in die Berechnungsformel z. B. ⇒ $\sin(\alpha * \text{PI}() / 180)$

⇒ Die grafische Darstellung der Kurven für die einzelnen Wurfwinkel erfolgt als Kurvenpaare für $v_0 = 0 \text{ m/s}$ und $v_0 = 50 \text{ m/s}$. Die Vorgehensweise zur grafischen Darstellung und Beschriftung ist für das erste Kurvenpaar in den ⇒ Abb. 3.40 bis 3.42 dargestellt. Die Spalten der x- und y-Werte sind in der Tabelle einzeln zu markieren und in die Diagrammdarstellung zu übernehmen (⇒ Abb. 3.40 bis 3.42)

⇒ Abb. 3.43 zeigt den Beginn für das zweite Kurvenpaar; in ⇒ Abb. 3.44

⇒ Zum besseren Sichtbarmachen des Kurvenverlaufes wurde während der Bearbeitung die Zeit t_{max} auf 20s erweitert.

⇒ Die Diagrammkurven können mit ⇒ **Datenreihen formatieren** (mit RM-Taste auf eine Datenreihe klicken) in ihrem Äußeren verändert werden (⇒ Abb. 3.45 bis 3.46)

⇒ Abb 3.47 zeigt die grafische Darstellung aller Kurven für die Abhängigkeit der Höhe von der Zeit beim schiefen Wurf

- ⇒ Abb. 3.48 zeigt die grafische Darstellung aller Kurven für die Abhängigkeit der Geschwindigkeit von der Zeit beim schiefen Wurf

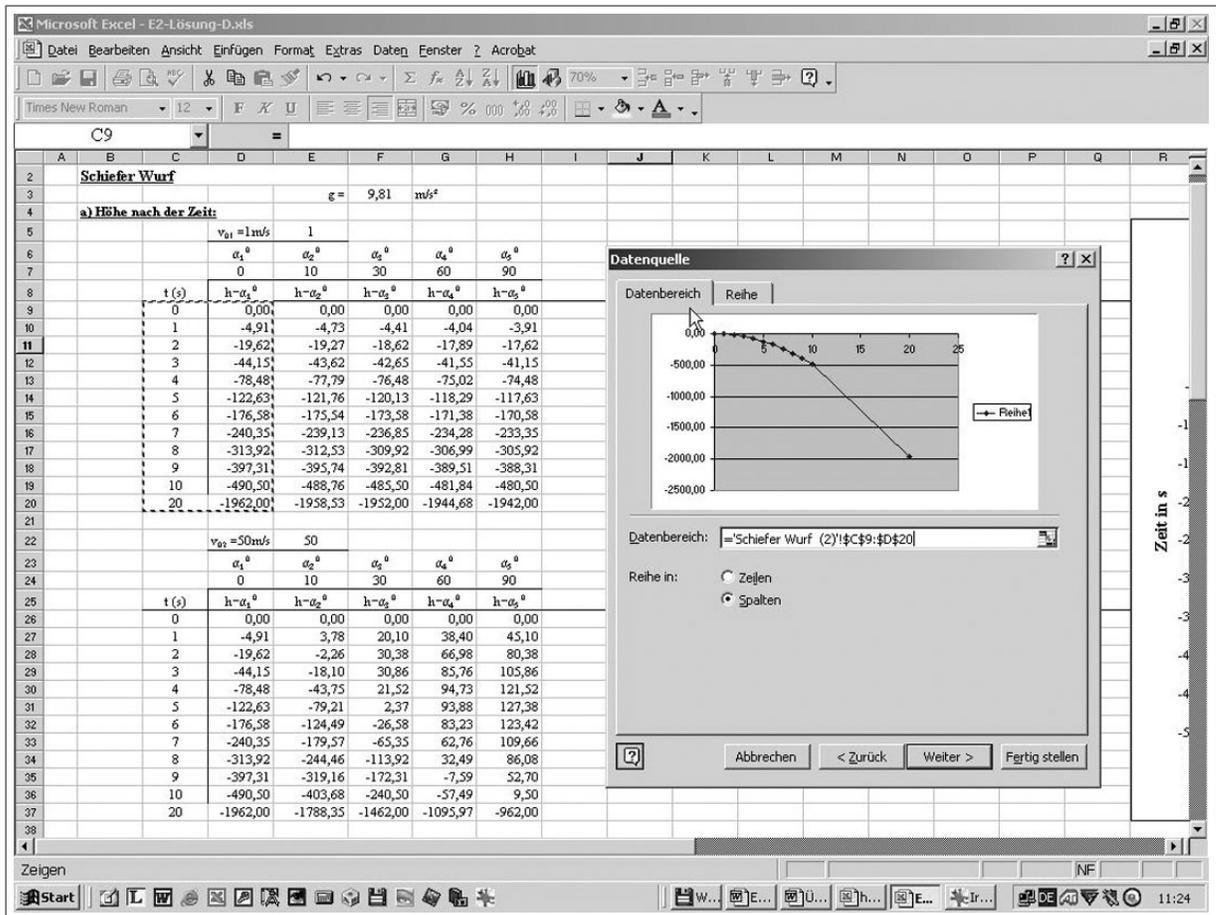


Abbildung 3.40: Schiefer Wurf - Wurfhöhe als Funktion der Zeit für den ersten Datenbereich

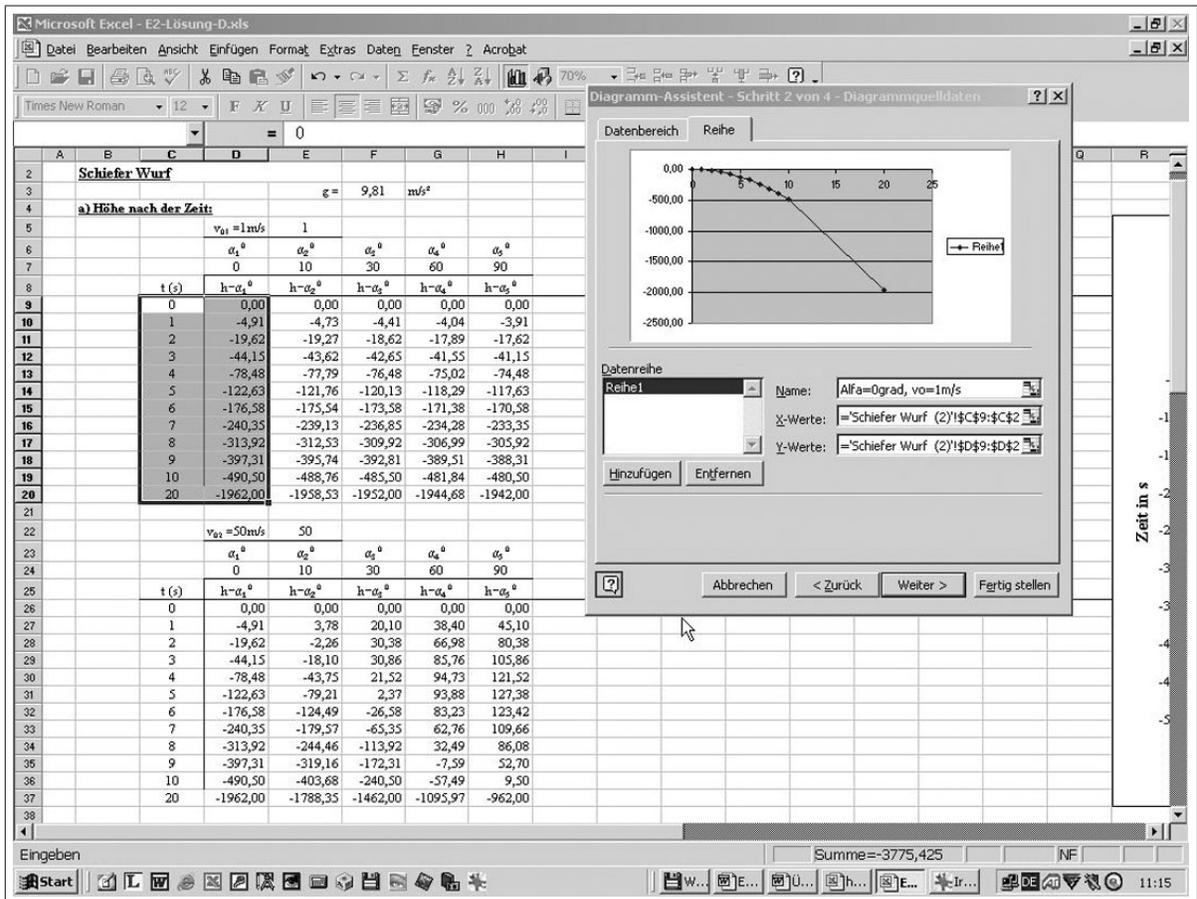


Abbildung 3.41: Legendenbeschriftung der Datenreihe 1

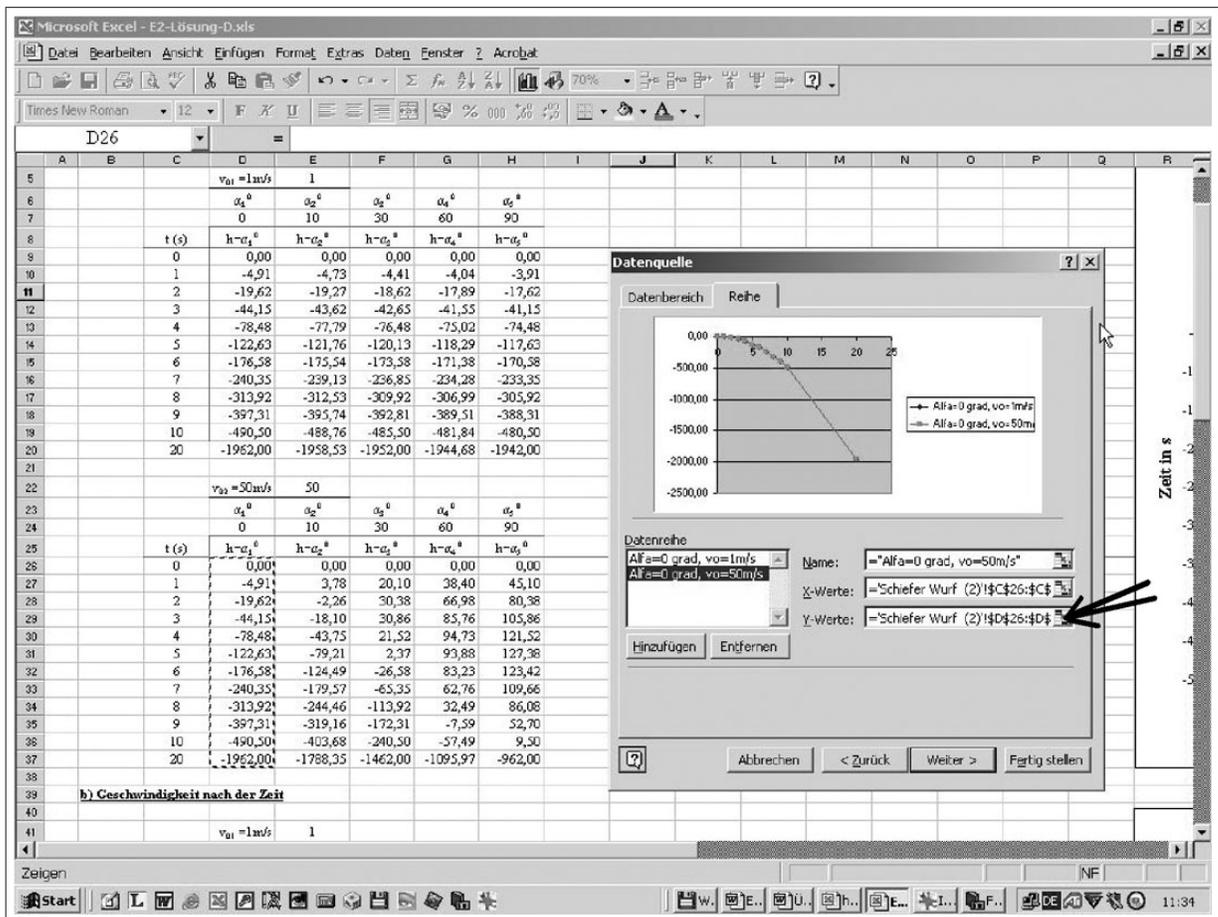


Abbildung 3.42: Markieren der y-Werte für die zweite Kurve des ersten Paares

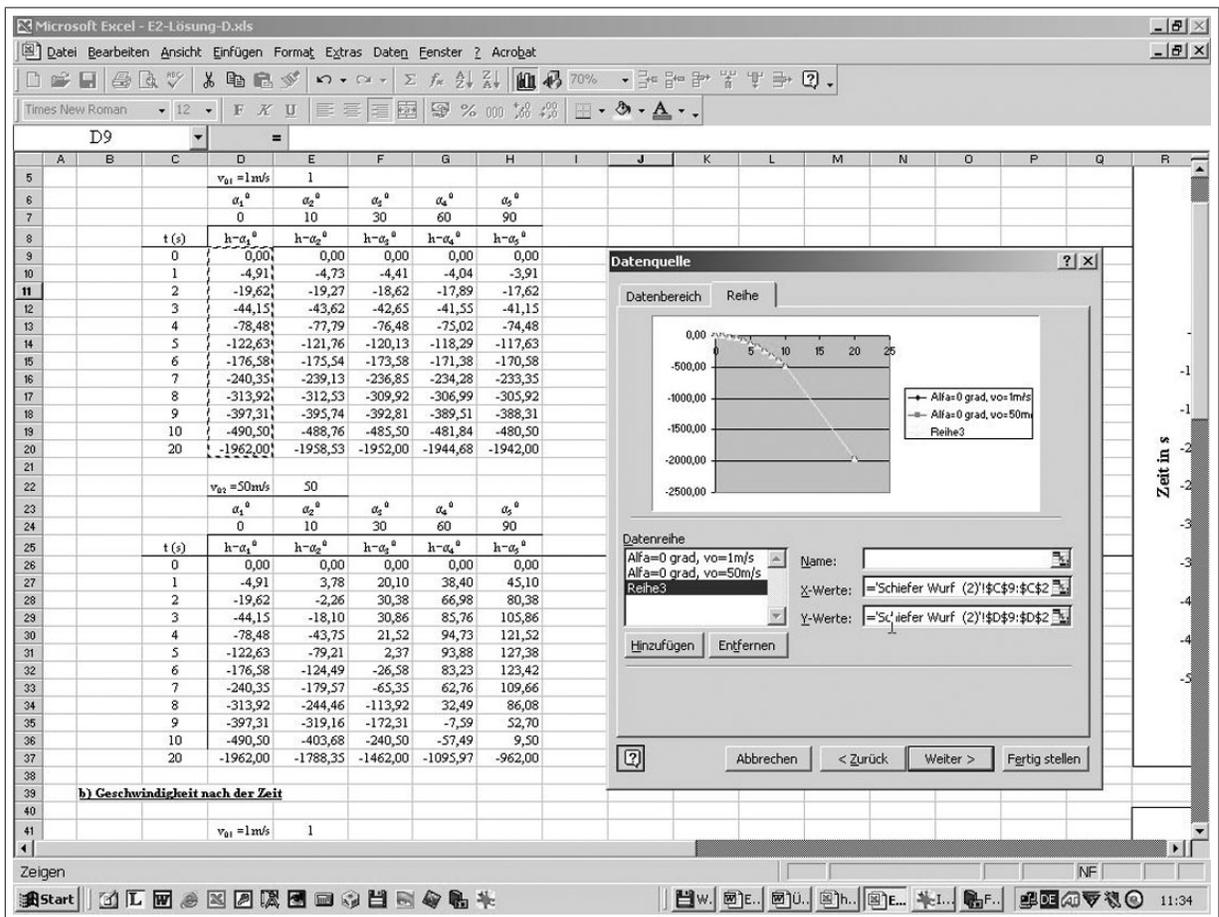


Abbildung 3.43: Hinzufügen der dritten Datenreihe

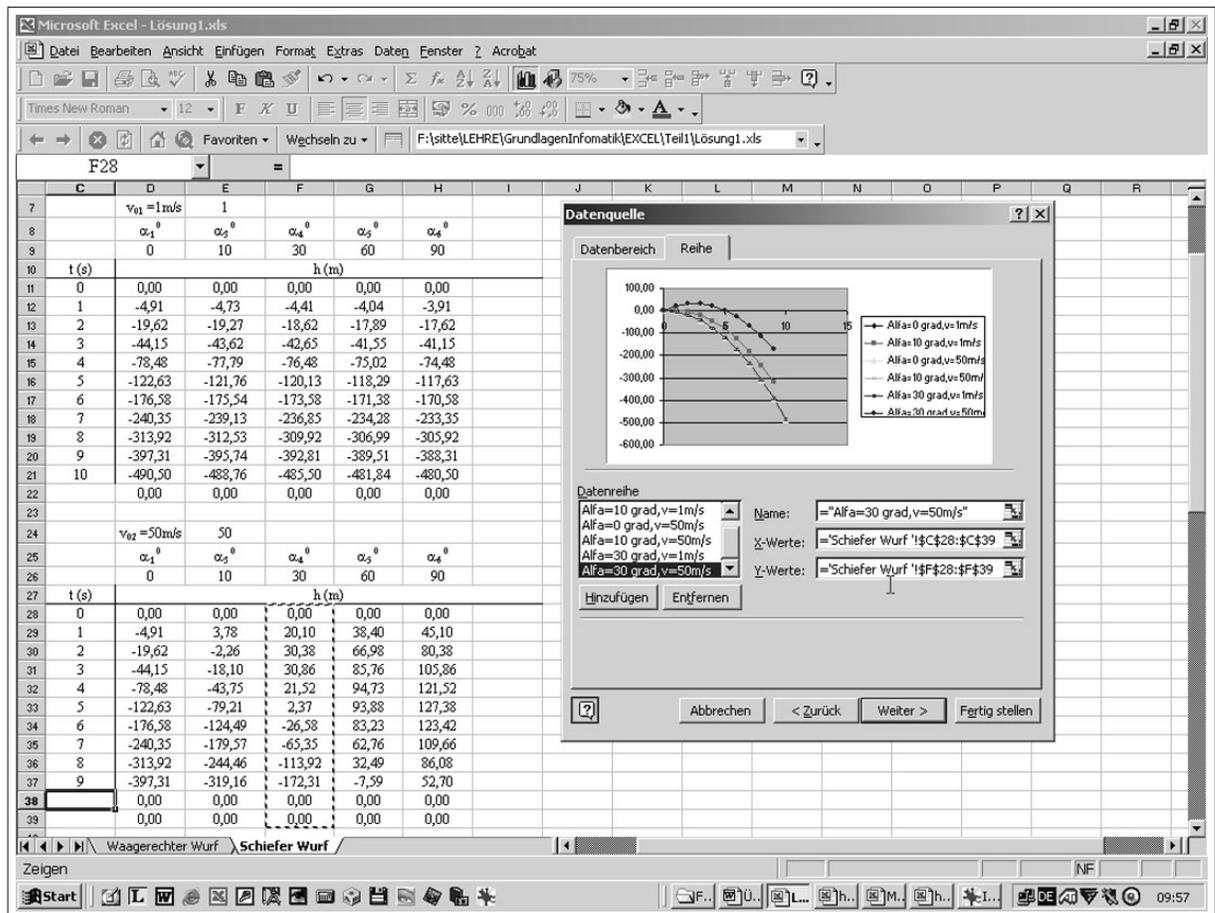


Abbildung 3.44: Komplettierung und Beschriftung der Datenreihen

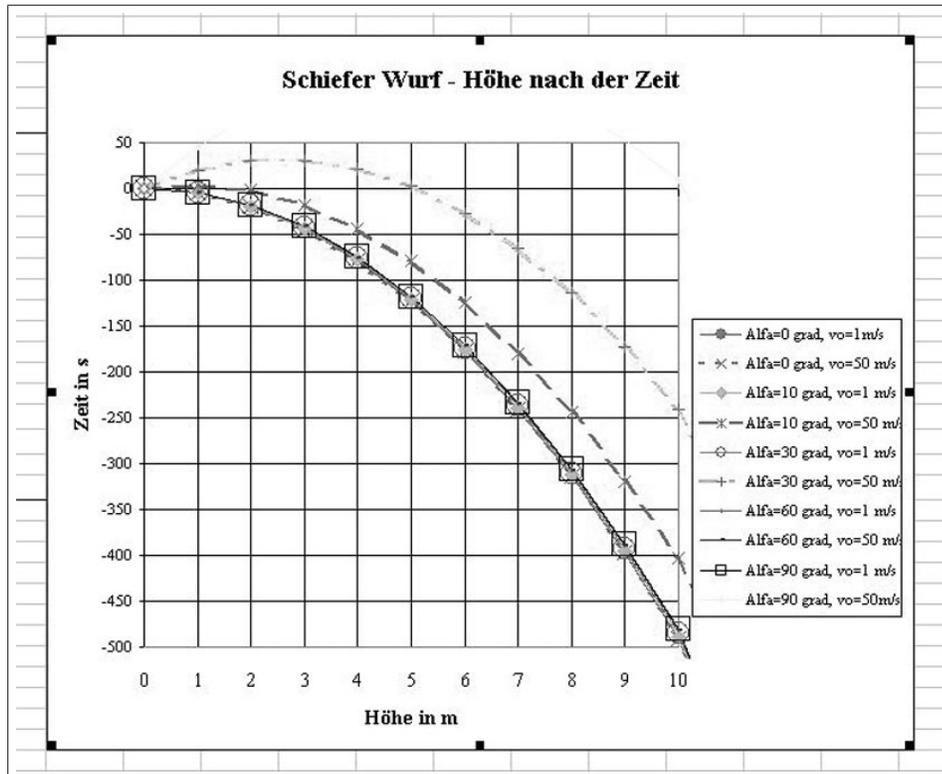


Abbildung 3.47: Schiefer Wurf: Wurfhöhe in Abhängigkeit von der Zeit

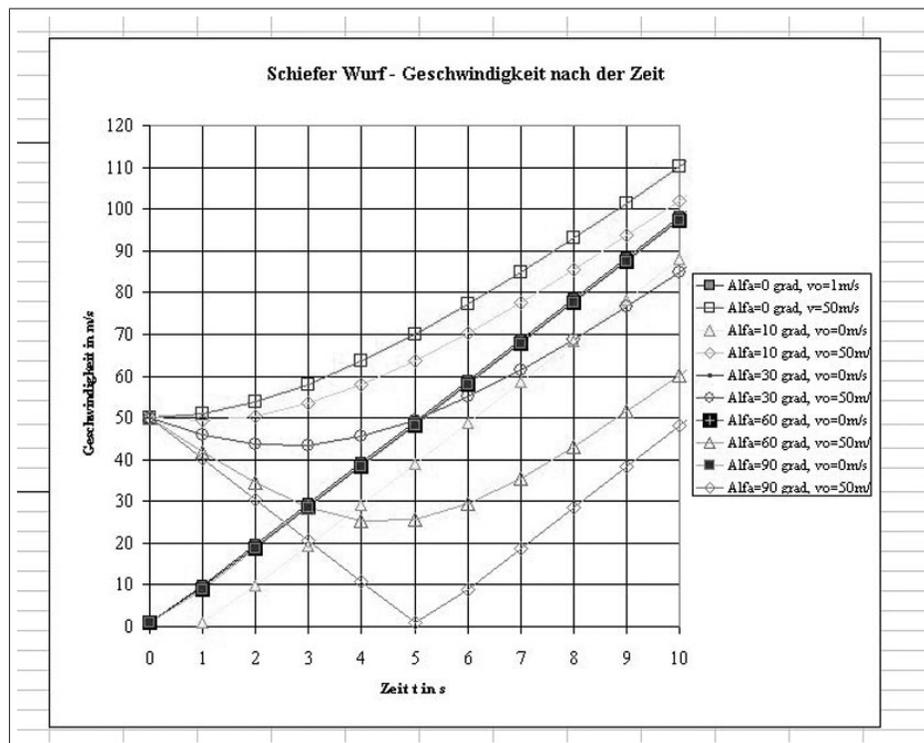


Abbildung 3.48: Schiefer Wurf: Wurfgeschwindigkeit in Abhängigkeit von der Zeit