Technische Universität Dresden, Institut für Wissenschaftliches Rechnen
PD Dr. S. Franz (WIL B207, HA 34259)
Dr. Ute Feldmann (WIL C202, HA 42378)

Übungen zur Vorlesung Mathematik II/1 (inkl. Kurzlösung)

8. Woche – Gebiet in $\mathbb{C}$?, $\mathrm{Im}(z)$ holomorph?

A1 Gebiete in $\mathbb{C}$?

Bei welchen der folgenden Teilmengen der komplexen Ebene handelt es sich um ein **Gebiet**, s. Def. 13.13?

(a) Punkt $z = 0$,

(b) abgeschlossene Einheitskugel $\{z \in \mathbb{C}\colon |z| \le 1\}$,

(c) reelle Achse $\{z \in \mathbb{C}\colon \mathrm{Im}(z) = 0\}$,

(d) Vereinigung zweier 'Kugeln' $\{z \in \mathbb{C}\colon |z-1| < 1 \vee |z+1| < 1\}$.

Kurzlösung:

In keinem der Fälle (a)-(d) handelt es sich um ein Gebiet.

A2 $f(z) = \mathrm{Im}(z)$ holomorph?

Wenden Sie die Definition der komplexen Differenzierbarkeit

$$f'(z) = \lim_{\Delta z \to 0} \frac{f(z+\Delta z) - f(z)}{\Delta z}$$

an, um zu zeigen, dass die Funktion $f(z) = \mathrm{Im}(z)$ nirgends differenzierbar ist.

Kurzlösung:

Da die Funktion nirgends differenzierbar ist, ist sie natürlich auch nicht holomorph.