

## Übungen zur Vorlesung Mathematik II/1

### 8. Woche – Gebiet in $\mathbb{C}$ ?, $\text{Im}(z)$ holomorph?

#### A1 Gebiete in $\mathbb{C}$ ?

Bei welchen der folgenden Teilmengen der komplexen Ebene handelt es sich um ein **Gebiet**, s. [Def. 13.13](#)?

- (a) Punkt  $z = 0$ ,
- (b) abgeschlossene Einheitskugel  $\{z \in \mathbb{C} : |z| \leq 1\}$ ,
- (c) reelle Achse  $\{z \in \mathbb{C} : \text{Im}(z) = 0\}$ ,
- (d) Vereinigung zweier 'Kugeln'  $\{z \in \mathbb{C} : |z - 1| < 1 \vee |z + 1| < 1\}$ .

#### A2 $f(z) = \text{Im}(z)$ holomorph?

Wenden Sie die Definition der komplexen Differenzierbarkeit

$$f'(z) = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{f(z + \Delta z) - f(z)}{\Delta z}$$

an, um zu zeigen, dass die Funktion  $f(z) = \text{Im}(z)$  nirgends differenzierbar ist.