Technische Universität Dresden, Institut für Wissenschaftliches Rechnen
PD Dr. S. Franz, Dr. Ute Feldmann

Kurzlösungen zur Vorlesung Mathematik I/2

9. Woche – Taylor mehrdimensional, Kettenregel, implizite Funktionen

Taylorformel im Mehrdimensionalen

Ü2 Aufgabe 18.8.

$$P(x,y) = -29 - 34(x+1) - 21(y-3) + 54(x+1)^2 - 12(x+1)(y-3) - 4(y-3)^2$$
$$-36(x+1)^3 + 18(x+1)^2(y-3) + 9(x+1)^4 - 12(x+1)^3(y-3) + 3(x+1)^4(y-3)$$

Tangentialebene: $z = -29 - 34(x+1) - 21(y-3) = -34x - 21y \quad \Leftrightarrow \quad 34x + 21y + z = 0$

Ü2 Aufgabe 18.9. a,d

a) $z = -3x + (y-1) - \frac{9}{2}\,x^2 + \frac{1}{2}\,(y-1)^2$

d) $z = \frac{\pi}{4} - x + y + \frac{1}{4}\,\{x^2 - y^2\}$

Jacobi-Matrix und Kettenregel

Ü2 Aufgabe 17.36.

a) $\dot z(t) = \{6\sin(t) + 2\cos(t)\}\cos(t) + \{2\sin(t) + 2\cos(t)\}[-\sin(t)]$,

b) $\dot z(t) = 2t\left[\frac{1}{2t^2} + \frac{1}{t^2+1} + \frac{1}{2t^2} + \frac{1}{t^2-1}\right] = \frac{6t^4-2}{t(t^4-1)}$.

Ü2 Aufgabe 17.37 b,c

b) $\dot z(t) = (1 + \tan^2(xy))(y\dot x + x\dot y)$, c) $\dot z(t) = yx^{y-1}\dot x + x^y \ln(x)\,\dot y$.

Implizite Funktionen

Ü2 Aufgabe 18.1.

a) Die Punkte P_1, P_2, P_3 genügen der Gleichung $F(x,y) = 0$, P_4 nicht.

b) In P_1 keine Entscheidung möglich, in P_2 nach y auflösber und in P_3 nach x und y auflösbar.

Ü2 Aufgabe 18.2.b

b) $\Rightarrow \quad y'(x) = -\dfrac{\frac{1}{2\sqrt{x}}\,e^{\sqrt{x}}\tan y - \frac{y}{x^2} - 6x}{e^{\sqrt{x}}(1+\tan^2 y) + \frac{1}{x}}, \quad y'(1) = \dfrac{\pi+6}{e+1}$.

Ü2 Aufgabe 18.4.

a) Tangente im Punkt $P_1(1;-2)$: $y = x - 3$,

b) Tangente in P_1: $\quad y - y_1 = y'(x_1)(x - x_1)$ mit $y'(x_1) = -\dfrac{y_1 - \frac{1}{2}\,e^{x_1/2}\cdot\cos^2(y_1)}{1 + x_1 + 2\,e^{x_1/2}\cdot\cos(y_1)\sin(y_1)}$,
Tangente in $P(0;0)$: $\quad y = \frac{1}{2}x$.