Technische Universität Dresden, Institut für Wissenschaftliches Rechnen
PD Dr. S. Franz, Dr. Ute Feldmann

Kurzlösungen zur Vorlesung Mathematik I/2

11. Woche

Extremwertaufgabe mit Nebenbedingung

Ü2 Aufgabe 18.25.

hinreichende Bedingung: im $\mathbb{R}^3$:
$n = 3, m = 2, k = 1 \dots n - m$
$\boxed{P_1:}$ mit $x_1 = -2;\quad y_1 = \quad 1;\quad z_1 = \quad 8;\quad \lambda_1 = \lambda_1 = 1/2$: geränderte Hessematrix H

$$H(P_1) = \dots \Rightarrow \quad (-1)^m \det H_{2m+k} = \det H = 512 > 0$$

$\boxed{P_2:}$ mit $x_2 = \quad 6;\quad y_2 = -3;\quad z_2 = 72;\quad \lambda_1 = 3/2;\quad \lambda_2 = -1/2$:

$$H(P_2) = \dots \Rightarrow (-1)^{m+k} \det H_{2m+k} = -\det H = -(-512) > 0$$

hinreichende Bedingung: im $\mathbb{R}^2$:
$n = 2, m = 1, k = 1 \dots n - m$
$\boxed{P_1:}$ mit $x_1 = -2;\quad y_1 = \quad 1;\quad \lambda = 1/2$:

$$H(P_1) = \dots \Rightarrow \quad \det H = -512 < 0$$

$\boxed{P_2:}$ mit $x_2 = \quad 6;\quad y_2 = -3;\quad \lambda = 3/2$:

$$H(P_2) = \dots \Rightarrow \quad \det H = 512 > 0$$

Ü2 Aufgabe 18.28.

Es gibt viele Wege. Seien Sie kreativ. Der Punkt $P(1, 1, -\frac{5}{16})$ des Paraboloids hat den kürzesten Abstand zur Ebene.

Ü2 Aufgabe 18.29.

Zielfunktion Oberfläche: $O = 2(ab + ac + bc)$, Nebenbedingung: $V = abc$
kritischer Punkt P: $a = b = c = V^{\frac{1}{3}};\ \lambda = -\frac{4}{V^{\frac{1}{3}}}$

geränderte Hesse-Matrix: $H = \begin{pmatrix} 0 & b\,c & a\,c & a\,b \\ b\,c & 0 & c\,\lambda + 2 & b\,\lambda + 2 \\ a\,c & c\,\lambda + 2 & 0 & a\,\lambda + 2 \\ a\,b & b\,\lambda + 2 & a\,\lambda + 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad H(P) = \begin{pmatrix} 0 & V^{\frac{2}{3}} & V^{\frac{2}{3}} & V^{\frac{2}{3}} \\ V^{\frac{2}{3}} & 0 & -2 & -2 \\ V^{\frac{2}{3}} & -2 & 0 & -2 \\ V^{\frac{2}{3}} & -2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$

$\det H = -12\,V^{\frac{4}{3}}, \det H_3 = -4\,V^{\frac{4}{3}}, \quad P$ ist Minimum.

Lineare Ausgleichsrechnung / Regression

Ü2 Aufgabe 18.36.

.

a) $y(x) = \frac{1}{5}\{11x + 8\}$

b) $y(x) = 14.6 - 10.8x + 2x^2$

c) $y(x) = \dfrac{240}{13} - \dfrac{432}{65}\,\dfrac{1}{x};$

Ü2 Aufgabe 18.37.

$y(t) = \ln(g(t)) = 1.6180 - 0.0307\,t$ bzw. $\quad g(t) = 5.0428\,\mathrm{e}^{-0.0307\,t}$

Ü2 Aufgabe 18.40.

a) $y(x) = 6(3 - \mathrm{e})x + 2(2\mathrm{e} - 5)$

$$\approx 1.69x + 0.87$$