

2.7 Existenz und Eindeutigkeit von (DGL (ODE)-)Lösungen

Während für zeitdiskrete Systeme bei gegebenem $z(0)$ immer eine eindeutige Lösung UND für $n \rightarrow \infty$ existiert, ist das für analoge Systeme nicht unbedingt der Fall.

Die Lösung

1. muss nicht existieren
2. muss nicht eindeutig sein
3. muss nicht ewig existieren

Beispiel $\dot{z} = z^2, z(t) = \frac{z(0)}{1-z(0)t}$, bei $t = 1/z(0)$ ist Schluss (endliche Fluchtzeit - Spice strandet)

Theorem 2.2 $\dot{\mathbf{z}} = f(\mathbf{z}, t), \mathbf{z} \in \mathbb{R}^N, f : \mathbb{R}^{N+1} \mapsto \mathbb{R}^N$

Wenn f stetige partielle Ableitungen nach z_i besitzt und f kontinuierlich bzgl. t ist, dann existiert für alle t_0 und $\mathbf{z}_0$ genau eine Lösung $\mathbf{z}(t)$ mit $\mathbf{z}(t_0) = \mathbf{z}_0$ zumindest für ein Intervall $a < t < b$.

(Kann abgeschwächt werden zu Lipschitz-stetig bzgl. z_i und endlich viele Sprünge bzgl. t , so dass pwl. - piecewise linear - Funktionen von $\mathbf{z}$ und Anregungssprünge erlaubt sind.)

Natürlich geht es in der Realität immer weiter. Evtl. muss eben das Modell verbessert werden.

2.8 Implizite Funktionen Theorem

Die 'nichtlineare Glückssache' ist immer das explizite Lösen von evtl. nichtlinearen impliziten Gleichungssystemen nach bestimmten Variablen. (Evtl. rudert man rum und wundert sich warum's nicht geht)

Bild: $x, z, \dot{z}$ (bzw. $q_c, \varphi_L, s, u_L, i_C$) Lappen, geklappter Lappen mit Impasspoint

Theorem 2.3 Geg.:

$$\begin{aligned} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, \dots, y_m) &= 0 \\ &\vdots \\ f_m(x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, \dots, y_m) &= 0 \end{aligned} \tag{2.8}$$

bzw. $f(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 0, f : \mathbb{R}^{m+n} \mapsto \mathbb{R}^m$ glatt.

Sei $x = a, y = b$ eine Lösung von (2.8).

Wenn $\frac{\partial f}{\partial \mathbf{y}} = J(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ - Jacobimatrix in (a, b) nicht singulär ist (d.h. $\det(J(a, b)) \neq 0$), dann ist $\mathbf{y} = g(\mathbf{x})$ in einer Umgebung von $(a, b) \in \mathbb{R}^{m+n}$.

(sichert nur lokale Existenz ab)