

Übungen zur Vorlesung Mathematik II/1

5./6. Woche – Anwendung Fourier-/Laplace-Transformation und Umformtraining

Laplace/Fourier-Transformation von Strömen und Spannungen

A1 Gegeben sei das Spannungssignal an einem Kondensator $u(t)$ und somit dessen Fourier-Transformierte $U(\omega)$ mit $u(t) \circ \bullet U(\omega)$ bzw. dessen Laplace-Transformierte $U(s)$ mit $u(t) \circ \bullet U(s)$.

(a) Ermitteln Sie durch Anwendung der Differentiations-Regel der Fourier-Transformation [VL Bsp. 13.4](#) die Fourier-Transformierte des Kondensator-Stromes

$$i(t) = C \frac{du}{dt} \circ \bullet ?$$

Geben Sie den Quotienten $\frac{U(\omega)}{I(\omega)}$ an und vergleichen Sie mit dem im Fach Dynamische Netzwerke genutzten komplexen Widerstand.

(b) Ermitteln Sie durch Anwendung der Differentiations-Regel der Laplace-Transformation [VL Bsp. 13.9](#) die Laplace-Transformierte des Kondensator-Stromes

$$i(t) = C \frac{du}{dt} \circ \bullet ?$$

Geben Sie unter der Annahme, dass $u(0) = 0$, den Quotienten $\frac{U(s)}{I(s)}$ an und vergleichen Sie mit dem (bald) im Fach Systemtheorie genutzten 'symbolischen Widerstand'.

Umform-Training

A2 Gegeben ist folgender Ausdruck einer komplexen Variablen s , dabei seien C_1, C_2, R_2, R_3 reelle Konstanten:

$$f(s) = \frac{\frac{1}{sC_2}}{R_3 + \frac{1}{sC_2}} \cdot \frac{R_2 \parallel \left(R_3 + \frac{1}{sC_2} \right)}{\frac{1}{sC_1} + \left[R_2 \parallel \left(R_3 + \frac{1}{sC_2} \right) \right]}$$

Dabei ist $a \parallel b$ eine Notation, die durch $\frac{ab}{a+b}$ aufgelöst wird bzw. durch $\frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$.

(a) Formen Sie den Ausdruck so um, dass Nenner und Zähler nur noch positive Potenzen von s enthalten (das ist für Systemtheorie und Regelungstechnik nützlich).

(b) Ersetzen Sie in (a) s durch $i\omega$ und geben für Zähler und Nenner Real- und Imaginärteil an $f(i\omega) = \frac{a+ib}{c+id}$.

(c) Wie würden Sie vorgehen, wenn Sie von (b) Betrag und Phase angeben sollen?

(d) Wie würden Sie vorgehen, wenn Sie von (b) Real- und Imaginär-Teil angeben sollen?