

**Übungen zur Vorlesung Mathematik I/2 (inkl. Lösungen)**  
**11. Woche – Taylor und Newton**

1.  $T_1(\underline{x}) \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow$  **Iterationsvorschrift**

Gegeben ist eine Funktion  $F : \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}^n$ .

- (a) Geben Sie die Gleichung der Tangentialebene im Punkt  $(\underline{x}_0, F(\underline{x}_0))$  an:  $F(\underline{x}) = \dots$ , vgl. [VL 10.1](#).
- (b) Bestimmen Sie die 'Nullstelle' dieser Tangentialebene, indem Sie  $F(\underline{x}) \stackrel{!}{=} 0$  setzen und nach  $\underline{x}$  umstellen (die Jacobimatrix sei in  $\underline{x}_0$  invertierbar).
- (c) Vergleichen Sie mit der Iterationsvorschrift in [VL 10.26](#)!

**Lösung:**

(a)

$$F(\underline{x}) = F(\underline{x}_0) + J_F(\underline{x}_0)(\underline{x} - \underline{x}_0)$$

(b)

$$F(\underline{x}) \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow \underline{x} = \underline{x}_0 - J_F^{-1}(\underline{x}_0)F(\underline{x}_0)$$

(c) Auffallende Ähnlichkeit! Offenbar bestimmt die Iterationsvorschrift

$$\underline{x}^{k+1} = \underline{x}^k - J_F^{-1}(\underline{x}^k)F(\underline{x}^k)$$

die Nullstelle der Tangentialebene der Funktion  $F$  am  $k$ -ten Iterationspunkt  $\underline{x}^k$ .