

Übungen zur Vorlesung Mathematik I/2

10. Woche – Hesse-Matrix

1. Hesse-Matrix pdf? - denkste!

Gegeben ist die Hesse-Matrix

$$H_f(x_0, y_0) = \begin{bmatrix} f_{xx}(x_0, y_0) & f_{xy}(x_0, y_0) \\ f_{yx}(x_0, y_0) & f_{yy}(x_0, y_0) \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Überlegen Sie sich, ob die zugehörige quadratische Form

$$z = \begin{bmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \end{bmatrix} = 2x^2 + 6xy + 2y^2 \quad \text{der Einfachheit halber seien hier } x_0 = y_0 = 0$$

positiv definit (pdf) ist, in dem Sie

- den Schnitt von z mit der Ebene $y = 0$ skizzieren.
- den Schnitt von z mit der Ebene $x = 0$ skizzieren.
- jetzt einen Tipp über die positive Definitheit abgeben und
- nun $z(1, -1)$ ausrechnen, sowie
- die Eigenwerte der Hesse-Matrix berechnen.

Warum reicht es zur Entscheidung über ein lokales Maximum/Minimum nicht aus, nur die zweiten Ableitungen f_{xx}, f_{yy} (also nur die Diagonalelemente der Hesse-Matrix) anzugucken?