Kurzlösungen zur Vorlesung Mathematik I/2
14. Woche

Homogene DGL höherer Ordnung mit konstanten Koeffizienten

Ü2 Aufgabe 25.5.

Wie lautet die allgemeine Lösung der folgenden linearen homogenen Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten?

a) $y(x) = C_1\,\mathrm{e}^{x} + C_2 e^{-3x}$,

c) $y(x) = C_1\,\mathrm{e}^{-\frac{3}{4}x}\cos\left(\frac{\sqrt{15}}{4}x\right) + C_2\,\mathrm{e}^{-\frac{3}{4}x}\sin\left(\frac{\sqrt{15}}{4}x\right)$,

d) $y(x) = C_1\,\mathrm{e}^{-x} + C_2\,\mathrm{e}^{\frac{1}{2}x}\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right) + C_3\,\mathrm{e}^{\frac{1}{2}x}\sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)$,

g) $x(t) = \mathrm{e}^{-t}(C_1\cos 3t + C_2\sin 3t)$,

i) $y(x) = (C_1 + C_2 x + C_3 x^2)\mathrm{e}^{x}$.

Ü2 Aufgabe 25.6.

a) $y(x) = 3\{1+x\}e^{-x}$,

c) $z(x) = 3e^{-2x}\sin 5x$,

d) $y(x) = 1 + xe^{-\frac{3}{2}x}$.

Inhomogene DGL höherer Ordnung mit konstanten Koeffizienten

Ü2 Aufgabe 25.7.

a) $y(x) = C_1 e^{x} + C_2 e^{-5x} - \frac{2}{5}x - \frac{8}{25}$,

b) $y(x) = C_1 + C_2 e^{x} + C_3 e^{-x} + x^2$,

e) $y(x) = y_h(x) + y_p(x) = C_1 + C_2\mathrm{e}^{x} + C_3\mathrm{e}^{6x} + \frac{7}{74}\cos x + \frac{5}{74}\sin x$,

g) Ansatz für $y_p(t) = (A\cos(3t) + B\sin(3t))t$.

Ü2 Aufgabe 25.8.

a) $y(x) = \frac{81}{4}(4+x)\,\mathrm{e}^{-\frac{1}{4}x} - 80$,

e) $x_h(t) = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t$ mit $\omega^2 = \dfrac{k}{m}$

Ansätze für die partikuläre Lösung:

$\alpha) x_p(t) = A$, $\quad\beta) x_p(t) = At + B$, $\quad\gamma) x_p(t) = A\mathrm{e}^{-\alpha t}$.

Ü2 Aufgabe 25.9.

a) $y_h(x) = C_1 + C_2 e^{-x} + e^{x}\{C_3\cos(2x) + C_4\sin(2x)\}$,

Ansätze für die partikuläre Lösung:

$\alpha)$ $2x^2 + 3x^3$; $\beta)\, y_p(x) = ae^{-x}x$; $\gamma)\, y_p(x) = (ax+b)e^{-x}x$; $\delta)\, y_p(x) = (ax+b)\cos(2x) + (cx+d)\sin(2x)$; $\varepsilon)\, y_p(x) = e^{x}\{a\cos(x) + b\sin(x)\}$; $\zeta)\, y_p(x) = e^{x}\{a\cos(2x) + b\sin(2x)\}x$; $\eta)\, y_p(x) = e^{x}\{(ax+b)\cos(2x) + (cx+d)\sin(2x)\}x$; $\vartheta)\, y_p(x) = y_{p,1}(x) + y_{p,2}(x) + y_{p,3}(x)$ mit $y_{p,1}(x) = ax$, $y_{p,2}(x) = be^{x}$, $y_{p,3}(x) = ce^{-x}x$; $\iota)\, y_p(x) = y_{p,1}(x) + y_{p,2}(x) + y_{p,3}(x)$ mit $y_{p,1}(x) = ae^{2x}$, $y_{p,2}(x) = bx$, $y_{p,3}(x) = ce^{-2x}$,

d) $y_h(x) = (C_1 + C_2 x)\mathrm{e}^{x} + C_3\mathrm{e}^{-3x}$,

Ansätze für die partikuläre Lösung:

$\alpha)$ $y_p(x) = (ax^2 + bx + c)\mathrm{e}^{-3x} * x$; $\beta)\, y_p(x) = ax^2 e^{x}$; $\gamma)\, y_p(x) = (ax+b)x^2 e^{x}$.