

Aufgaben zur Vorlesung Mathematik I/2 8. Woche – Integralsätze

Integralsätze

Ü2 Aufgabe 23.3.

Der Rauminhalt von $\mathcal{V} : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leq 1$, ($a > 0, b > 0, c > 0$) kann durch $\frac{1}{3} \iiint \operatorname{div}(x\mathbf{e}_x + y\mathbf{e}_y + z\mathbf{e}_z) dV$ angegeben werden (warum?). Das Integral ist mittels des Integralsatzes von Gauß auszuwerten und hierbei die Parameterdarstellung $x = a \sin \theta \cos \varphi$, $y = b \sin \theta \sin \varphi$, $z = c \cos \theta$ zu benutzen.

Ü2 Aufgabe 23.4.a

Durch direktes Ausrechnen bestätige man den Integralsatz von Gauß beim Vorliegen der Kugel (Mittelpunkt $(0, 0, 0)$, Radius R) und des Vektorfeldes

(a) $\underline{r} = x\underline{e}_x + y\underline{e}_y + z\underline{e}_z$

Ü2 Aufgabe 23.7.

- a) Mittels des Integralsatzes von Gauß zeige man, dass der Vektorfluß $\oint (\mathbf{r}/r^3) d\mathbf{A}$ ($r = |\mathbf{r}|$) durch jede geschlossene Fläche A , die $(0;0;0)$ umfaßt, stets den gleichen Wert liefert.
- b) Man berechne den in a) genannten Wert durch die Wahl einer hierzu günstigen Fläche A .