Technische Universität Dresden, Institut für Wissenschaftliches Rechnen
PD Dr. S. Franz, Dr. Ute Feldmann

Aufgaben zur Vorlesung Mathematik I/2

7. Woche – Oberflächenintegral 1. + 2. Art, Integralsätze

Oberflächenintegral 1. Art - Flächeninhalt (gekrümmter Flächen)

Ü2 Aufgabe 22.8. b,e

Es ist der Flächeninhalt der Flächenstücke gesucht, deren Punkte (x, y, z) den Relationen genügen:

b) $4 \le x \le 5, \quad 2 \le y \le \dfrac{x}{2}, \quad z = (2xy)^{1/2},$ e) $x^2 + y^2 \le a^2, \; a > 0, \quad z = xya^{-1},$

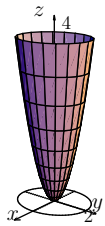
Oberflächenintegral 2. Art - Fluss durch eine Fläche

Ü2 Aufgabe 22.11. a

Man berechne das Oberflächenintegral 2.Art ($d\mathbf{A} = d\mathbf{f} = \mathbf{n}dA = \mathbf{n}df$) $\iint \mathbf{F}d\mathbf{A}$ für das Oberflächenstück

a) $z = x^2 + y^2\,, \quad 0 \le z \le 4\,, \quad \mathbf{e_z} \cdot d\mathbf{A} < 0$ mit

$\alpha)\; \mathbf{F} = \begin{pmatrix} (x^2+y^2)^{1/2} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \qquad \beta)\; \mathbf{F} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z-1 \end{pmatrix}; \qquad \gamma)\; \mathbf{F} = \begin{pmatrix} xy \\ yz \\ y^2 - x^2 \end{pmatrix};$



Ü2 Aufgabe 22.12.a

Man berechne das Oberflächenintegral 2. Art ($\mathrm{d}\,\mathbf{A} = \mathrm{d}\,\mathbf{f} = \mathbf{n}\,\mathrm{d}\,A = \mathbf{n}\,\mathrm{d}\,f$)
$\iint\limits_{\partial\mathbf{A}} \mathbf{F}\,\mathrm{d}\,\mathbf{A} = \iint\limits_{\partial\mathbf{A}} \mathbf{F}\,\mathrm{d}\,\mathbf{A} = \oint\limits_{\partial\mathbf{A}} \mathbf{F}\,\mathrm{d}\,\mathbf{A}$ für geschlossene Oberflächen ($\mathrm{d}\,\mathbf{A}$ nach außen gerichtet)

a) des Würfels $|x| \le 1, \; |y| \le 1, \; |z| \le 1$ mit $\mathbf{F} = (x, y, yz^2)^T$,

Integralsätze

Ü2 Aufgabe 23.1.

Man behandle 22.12 *a*) mittels des Integralsatzes von Gauß.

Zusatz: Ü2 Aufgabe 23.9.

$\oint [x(1-z)\,\mathrm{d}\,x + (y+z)\,\mathrm{d}\,y - (y-z^2)\,\mathrm{d}\,z]$ ist längs derjenigen geschlossenen Kurve $\mathcal{C}$ zu erstrecken, die sich als Schnitt der Flächen $z = (x+1)^2 + y^2$ und $z = 2(x+1)$ ergibt und deren Projektion in die x, y-Ebene im mathematisch positiven Sinn orientiert ist. Die Berechnung erfolge

a) direkt, b) mittels des Integralsatzes von Stokes.