

## Aufgaben zur Vorlesung Mathematik I/2 12. Woche

### DGL 1. Ordnung

#### Ü2 Aufgabe 24.2.: Nur Richtungsfeld wie in VL11.3 und mit TdV lösen

Man skizziere in der  $(x, y)$ -Ebene für die folgenden Differentialgleichungen einige Kurven, in deren Punkten durch die Differentialgleichung jeweils der gleiche Anstieg  $y'$  vorgeschrieben wird, d. h. man skizziere einige Isoklinen und versehe sie mit zugehörigen Richtungselementen. Weiterhin sind in den Fällen a) bis d) jeweils alle Lösungen zu bestimmen und einige in das skizzierte Richtungsfeld einzutragen.

b)  $yy' = 1$ ,      c)  $xy' = y$ ,

#### Ü2 Aufgabe 24.6.

Man gebe die allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichungen an:

c)  $y'(1 + x^2) = \arctan x$ ,

#### Ü2 Aufgabe 24.7.

Man bestimme die allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichungen:

f)  $y' = 2x^3(1 + y^2)$ ,      j)  $\dot{x} = e^{(t-x)}$ .

#### Ü2 Aufgabe 24.9.

Man löse folgende Anfangswertaufgaben:

b)  $y' = \sqrt{1 + y}$ ,  $y(1) = 3$ ,      g)  $y' = x^2y^3$ ,  $y(0) = -1$ .

g)  $y' = x^2y^3$ ,  $y(0) = -1$ ,

$$\int \frac{dy}{y^3} = \int x^2 dx, \quad -\frac{1}{2}y^{-2} = \frac{1}{3}x^3 + c \quad \text{mit } c \text{ beliebig}$$

$$y^2 = \left(-\frac{2}{3}x^3 - 2c\right)^{-1}, \quad y_{1,2}(x) = \pm \left(-\frac{2}{3}x^3 - 2c\right)^{-1/2}$$

Wegen Forderung  $y(0) = -1$  entfällt die Lösung mit '+'.  
Aus  $y(0) = -1$  folgt  $y(0) = -1 = -(-2c)^{-1/2}$ , also  $c = -1/2$ .

Damit Lösung der AWA:  $y(x) = -(1 - \frac{2}{3}x^3)^{-1/2}$

**Klassifikation: separable vs. lineare DGL 1. Ordnung und Eindeutigkeit der Lösung**

**Ü2 Aufgabe 24.15.**

...

a)  $y' = xy,$

b)  $y' = 2x + 5y,$

c)  $y' + 2xy = x,$

d)  $y' - y + xy^2 = 0,$

e)  $x^2 + y - xy' = 0,$

f)  $y' - 4y/x = x\sqrt{y},$

n)  $y' = \tan(xy).$

**Ü2 Aufgabe 24.12.**

Eine Lösung ist zu 'sehen':  $y \equiv -1$ . Ist es sicher die Einzige?

b)  $xy' + (y + 1) \ln x = 0, \quad y(1) = -1,$