

Aufgaben zur Vorlesung Mathematik I/2

10. Woche

Implizite Funktionen

Ü2 Aufgabe 18.7.

Durch $F(x, y, z) = 0$ ist eine Funktion $z = f(x, y)$ in impliziter Form gegeben. Welchen Wert haben die partiellen Ableitungen 1. Ordnung von $z = f(x, y)$ im Punkt $P_0(x_0; y_0; z_0)$?

a) $F(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 2xz - 25 = 0, \quad P_0(4; 3; 0),$

b) $F(x, y, z) = z + x \ln z + y = 0, \quad P_0(5; -1; 1),$

c) $F(x, y, z) = y^2 - 2^{-z}(x - z) = 0, \quad P_0(7; 4; -1).$

Extremwertaufgabe ohne Nebenbedingung

Ü2 Aufgabe 18.13.a,c

Man bestimme Lage und Art der relativen Extremwerte der Funktion $z = f(x, y)$ und gebe die zugehörigen Funktionswerte an.

a) $z = \frac{1}{2}(x^2 + 1) - 2y(2x + 7) + 3x + 9y^2,$ c) $z = 2xy(x + y - 6) = 2x^2y + 2xy^2 - 12xy$

Ü2 Aufgabe 18.14.a,g

Untersuchen Sie die Funktion $z = f(x, y)$ auf relative Extrema!

a) $z = (x^2 - 4)^2 + 1001 + (4 + x^2)y^2,$ g) $z = e^{-(x^2+y^2)}(x^2 + 2y^2),$

Extremwertaufgabe mit Nebenbedingung

Ü2 Aufgabe 18.19.a

Nach der Multiplikatorenregel von Lagrange bestimme man alle Punkte, die als Extremstellen für die gegebene Funktion unter den jeweiligen Nebenbedingungen in Frage kommen.

a) $z = x^2 + y^2$ mit $5x^2 + 5y^2 - 8xy - 18 = 0$

Ü2 Aufgabe 18.20.c

Bestimmen Sie die relativen Extremwerte von

c) $z = 2x^2 + y^2$ unter der Nebenbedingung $x - y^2 + 1 = 0.$

Die Art der Extrema ist mit Hilfe der Karte der Flächen zu bestimmen.

Ü2 Aufgabe 18.23.

Welche Punkte der durch die Gleichung $x^2 + y^2 + xy = 1$ gegebenen Ellipse haben vom Koordinatenursprung extremalen Abstand? Mit Hilfe des Ergebnisses skizziere man die Ellipse.

Ü2 Aufgabe 18.25.

Gesucht sind der höchste und der tiefste Punkt der Schnittkurve, die entsteht, wenn das Paraboloid $z = x^2 + 4y^2$ von der Ebene $4x - 8y - z + 24 = 0$ geschnitten wird.