Technische Universität Dresden, Institut für Wissenschaftliches Rechnen
PD Dr. S. Franz (WIL B207, HA 34259)
Dr. Ute Feldmann (WIL C202, HA 42378)

IWR

Übungen zur Vorlesung Mathematik I/1

10. Woche – Nullstellensuche, Taylor-/Potenzreihen

Nullstellensuche: Bisektion und Newton-Verfahren

A1 Zeichnen Sie eine im Intervall $[a, b]$ stetige, konvexe Funktion f mit $f' > 0$ und $f(a) < 0$, $f(b) > 0$. Angenommen Sie suchen die laut Zwischenwertsatz 3.51 VL 3_8 existente Nullstelle, x_0, iterativ (Start bei $x_0 = b$). Skizzieren Sie die Iterationen der numerischen Nullstellensuche mit

(a) Bisektion (Intervallhalbierung), s. Bem. 3.53

(b) Newton-Verfahren 4.5 VL4_5.

A2 (a) Wenden Sie das Newton-Verfahren zur Nullstellensuche der Funktion $f(x) = x^2 - 2$ an. (Das ergibt die Iterationsvorschrift des in der VL erwähnten Heron-Verfahrens zum Wurzelziehen.)

(b) Führen Sie mit den Startwert $x_0 = 1$ die ersten 3 Iterationen durch.

Taylorentwicklung und Potenzreihe

A3 Geben Sie eine Funktion $f(x)$ an, deren Taylor-Entwicklung (um den Entwicklungspunkt $x_0 = 0$)

(a) $T_2(x) = 1 + x + \frac{x^2}{2}$,

(b) $T_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{x^k}{k!}$ ist.

A4 Was ist der Unterschied zwischen einer Taylor-Reihe und einer Potenzreihe?

A5 Schreiben Sie die ersten 8 Summanden der Reihe für die komplexe Exponentialfunktion $e^z = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n!}$ (s. VL 4_7) für $z = ix$ auf und vergleichen Sie diese mit den jeweils ersten 4 Summanden der Taylor-Reihen für $\sin(x)$ und $\cos(x)$ (s. auch F4_5).

Wiederholung ist die Mutter der Weisheit

A6 Wiederholen Sie die Regeln für **zulässige** und **äquivalente Umformungen** 2.5 VL 2_4 sowie deren Anwendung in Bsp. 2.17.