

Übungen zur Vorlesung Mathematik I/1

4. Woche – komplexe Zahlen / Widerstände

Die Aufgaben wurden aus dem Aufgabenheft zur VL Dynamische Netzwerke adaptiert. Während in der Ma1-Klausur **ohne** Taschenrechner gearbeitet wird, kann es bei diesen Aufgaben naheliegend sein, einen Taschenrechner zu benutzen.

1. Geben Sie den Real- und den Imaginärteil, den Betrag und den Phasenwinkel (= Argument) der folgenden komplexen Widerstände an:

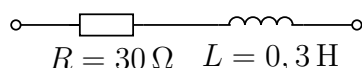
$$\begin{array}{ll} \text{a) } \underline{Z} = 10 \, \Omega + i 5 \, \Omega & \text{b) } \underline{Z} = 50 e^{i \frac{\pi}{3}} \, \text{k}\Omega \\ \text{c) } \underline{Z} = 5 \, \Omega - i 10 \, \Omega & \text{d) } \underline{Z} = 4 e^{-i \frac{\pi}{4}} \, \text{M}\Omega \end{array}$$

2. Gegeben sind folgende komplexe Widerstände:

$$\underline{Z}_1 = 30 \, \Omega, \quad \underline{Z}_2 = i 10 \, \Omega, \quad \underline{Z}_3 = 30 \, \Omega + i 10 \, \Omega, \quad \underline{Z}_4 = 30 \, \Omega - i 10 \, \Omega.$$

- (a) Zeichnen Sie die komplexen Widerstände $\underline{Z}_1$ bis $\underline{Z}_4$ maßstäblich in eine komplexe Ebene ein.
- (b) Bestimmen Sie rechnerisch die Beträge und die Phasenwinkel und stellen Sie die $\underline{Z}_\nu$ in der Form $\underline{Z}_\nu = Z_\nu e^{i\varphi_\nu}$, $\nu = 1, 2, 3, 4$, grafisch dar. Überprüfen Sie die Ergebnisse von a).

3. Gegeben ist eine technische Spule mit den angegebenen Daten:



- (a) Wie groß ist ihr komplexer Gesamtwiderstand (s. [VL 2.2](#))?

$$(\omega = 2\pi f = 2\pi 50 \, \text{Hz}, \quad 1 \, \text{H} = \frac{1 \, \text{Vs}}{\text{A}})$$

- (b) Stellen Sie den komplexen Gesamtwiderstand für $\omega = 0 \dots \infty$ in der komplexen Ebene dar.

4. Veranschaulichen Sie sich in der komplexen Zahlenebene den Begriff des sogenannten rotierenden Zeigers (wird im Fach Dynamische Netzwerke, 3. Semester verwendet):

$$z(t) = e^{i\omega t}$$

mit $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ für $t = 0, \frac{T}{8}, \frac{T}{4}, \frac{T}{2}, \frac{3T}{4}, T$.

(T ist die Periodendauer, $f = \frac{1}{T}$ die Frequenz und ω die sogenannte Kreisfrequenz). Stellen Sie Real- und Imaginärteil $\text{Re}(z(t))$, $\text{Im}(z(t))$ für $t \in [0, 2T]$ dar.